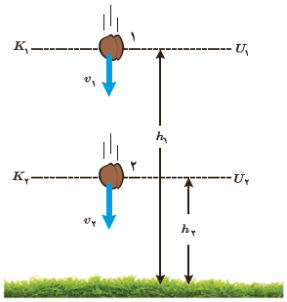
پایستگی انرژی مکانیکی



شکل ۲ـ۱۰ با نزدیک‌تر شدن جسم به زمین، انرژی پتانسیل گرانشی کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد.

شکل مقابل جسمی را در حال سقوط به طرف زمین نشان می دهد . فرض کنید ومقاومت هوا در برابر حرکت جسم ناچیز است

تنها نیروی وزن به آن وارد می شود .

در قسمتی از K_1 به K_2 وانرژی پتانسیل آن از U_1 به U_2 تغییر کرده است .

مسیر انرژی جنبشی جسم از

همان طور که دیدیم ، کار نیروی وزن هنگام جا به جایی از موقعیت ۱ به موقعیت ۲ برابر است با :

$$W_{\text{وزن}} = -(U_2 - U_1)$$

از آنجا که در طول مسیر تنها نیروی وزن به جسم وارد می شود کار کل انجام شده روی جسم برابر کار نیروی وزن است . به این ترتیب ، بنا به قضیه کار – انرژی جنبشی داریم :

$$W_t = W_{\text{وزن}} = K_2 - K_1$$

از مقایسه دو رابطه فوق داریم :

$$K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1)$$

رابطه فوق را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد :

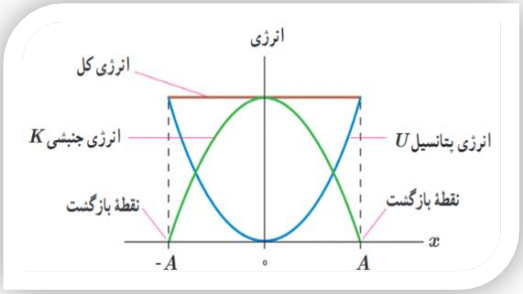
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

این رابطه نشان می دهد مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی جسم در نقطه های مختلف مسیر حرکت با هم برابر است .

مجموع انرژی های پتانسیل و جنبشی هر جسم را انرژی مکانیکی آن E نشان می دهیم . $(E = K + U)$ می نامیم و با

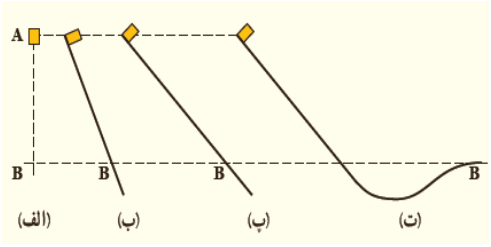
در نتیجه داریم : $E_1 = E_2$

اصل پایستگی انرژی مکانیکی : با نادیده گرفتن نیروهای اتلافی مانند اصطکاک و مقاومت هوا



، انرژی مکانیکی در تمام نقاط مسیر مقدار یکسانی دارد و پایسته می ماند .

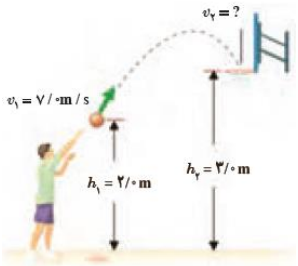
پرسش : شکل رو به رو ، چهار وضعیت متفاوت را برای حرکت جسمی نشان می دهد .



در وضعیت الف ، جسم از حال سکون سقوط می کند و در سه وضعیت دیگر جسم از حال سکون روی مسیری بدون اصطکاک و رو به پایین حرکت می کند . تندی جسم را در نقطه B برای هر چهار وضعیت با هم مقایسه کنید .

مثال کتاب :

شکل رو به رو ورزشکاری را در حال پرتاب توپ $V_1 = ۷/۲\ m/s$ به طرف سبد بسکتبالی با تندی نشان می دهد . تندی توپ هنگام رسیدن به دهانه سبد چقدر است ؟ مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید .



پاسخ : چون اثر نیروی مقاومت هوا را در حین حرکت توپ ناچیز فرض کردیم ، پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است .

لذا داریم :

$$E_۱ = E_۲$$

$$K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲$$

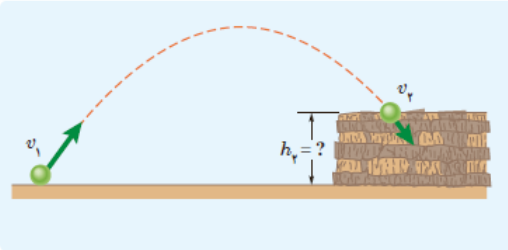
با حذف m از طرفین معادله بالا و جایگذاری مقادیر داده شده داریم :

$$\frac{۱}{۲}(۷/۰\ m/s)^۲ + (۹/۸\ m/s^۲)(۲/۰\ m) = \frac{۱}{۲}v_۲^۲ + (۹/۸\ m/s^۲)(۳/۰\ m)$$

با حل معادله بالا ، تندی توپ در دهانه سبد تقریباً برابر $v_۲ = ۵/۴\ m/s$ به دست می آید .

تمرین :

توپی $v_۱ = ۴۰\ m/s$ به طرف صخره ای پرتاب می شود .
مطابق شکل از سطح زمین با تندی



به بالای صخره برخورد کند ، ارتفاع $h_۲$ را به دست آورید .
اگر توپ با تندی $v_۲ = ۲۵\ m/s$

مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید .

پاسخ :

$$E_۱ = E_۲$$

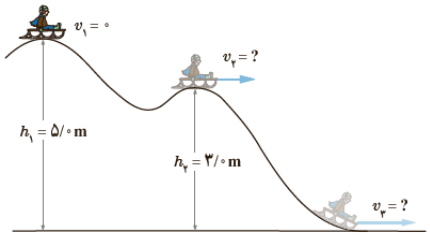
$$K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲$$

با حذف m از طرفین معادله بالا و جایگذاری مقادیر داده شده داریم :

$$\frac{۱}{۲}(۴۰\ m/s)^۲ = \frac{۱}{۲}(۲۵\ m/s)^۲ + (۱۰\ m/s^۲)h_۲$$

$$۸۰۰ = \frac{۳۱۲}{۵} + ۱۰h_۲ \longrightarrow h_۲ = ۴۸/۷۵\ m$$

مثال :



بالای سطح زمین و روی مسیری بدون اصطکاک، از حال سکون شروع سورتمه سواری از ارتفاع $h_1 = 5/0\ m$به حرکت می کند.

الف) تندی سورتمه را در ارتفاع h_2 به دست آورید .

ب) تندی سورتمه را هنگامی که به سطح زمین می رسد پیدا کنید.

مقاومت هوا را هنگام حرکت سورتمه نادیده بگیرید.

پاسخ :

الف) چون نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا را در حین حرکت سورتمه ناچیز فرض کردیم، پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است.

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

با حذف m از طرفین معادله بالا و جایگذاری مقادیر داده شده داریم :

$$0 + (9/8\ m/s^2)(5/0\ m) = \frac{1}{2}v_2^2 + (9/8\ m/s^2)(3/0\ m)$$

$$v_2 = 6/3\ m/s$$

ب) به طور مشابه قسمت الف، انرژی مکانیکی وضعیت اول و وضعیت سوم سورتمه سوار را مساوی یکدیگر قرار می دهیم.

در این صورت تندی سورتمه سوار روی زمین برابر $v_2 = 6/3\ m/s$ به دست می آید .