

# در سنامه فصل سوم فیزیک دهم

## کار انرژی توان

## فهرست

3	انرژی جنبشی
6	کار انجام شده توسط نیروی ثابت
15	کار و انرژی جنبشی
20	کار و انرژی پتانسیل
25	پایستگی انرژی مکانیکی
32	کار و انرژی درونی
41	توان
49	تمرین به عهده دانش آموز

## انرژی جنبشی:

همانطور که می دانیم هر جسمی که حرکت کند، انرژی دارد. انرژی جسم را در این حالت انرژی جنبشی می نامیم. اگر جسم تندتر حرکت کند یعنی تندی آن بیشتر باشد انرژی جنبشی بیشتری دارد. انرژی جنبشی را به  $K$  نمایش می دهیم و با رابطه  $k = \frac{1}{2}mv^2$  بدست می آید. اگر جسم ساکن بوده یعنی تندی جسم صفر باشد، طبق این رابطه  $k = 0$  بدست

می آید. در این رابطه  $m$  جرم جسم بر حسب  $K$ ،  $v$  تندی بر حسب  $\frac{m}{s}$  است و  $K$  جنبشی بر حسب  $\frac{m^2}{s^2}$  است که به افتخار جیمز ژول این یکا ژول نامیده می شود. انرژی جنبشی کمیتی زنده ای است و همیشه مثبت می باشد. در این رابطه  $k$  با جرم جسم نسبت مستقیم دارد، هر چه جرم جسم بیشتر باشد انرژی جنبشی بیشتر است،  $k$  با مجذور تندی جسم نیز نسبت مستقیم دارد. هر چه تندی جسم بیشتر شود انرژی جنبشی بیشتر می شود.

دقت کنید: توان تندی عدد 2 می باشد، پس جهت حرکت جسم مهم نیست.

مثال 1-3:



جرم خودرویی به همراه راننده اش  $840\text{Kg}$  است. این خودرو با تندی  $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

در حرکت است. انرژی جنبشی جسم چند ژول می باشد؟

$$m = 840 \text{ Kg} \quad v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \times \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 840 \times 15^2 = 420 \times 225 = 94500\text{J} = 9.45 \times 10^4\text{J}$$

مطلب دیگری که در مبحث انرژی جنبشی مهم است نسبت دو انرژی جنبشی می باشد. اگر انرژی جنبشی جسم  $m_1$  که

با تندی  $v_1$  حرکت می کند  $K_1$  باشد و انرژی جنبشی جسم  $m_2$  که با تندی  $v_2$  حرکت می کند  $K_2$  باشد نسبت  $\frac{K_2}{K_1}$  از

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \text{ می آید. رابطه ذیل بدست می آید.}$$

مثال 1:

تویی به جرم 500g داریم. در یک لحظه تندی توپ  $10 \frac{m}{s}$  است. انرژی جنبشی توپ چند ژول است؟

50-4      5-3      25-2      2.5-1

پاسخ: گزینه 2

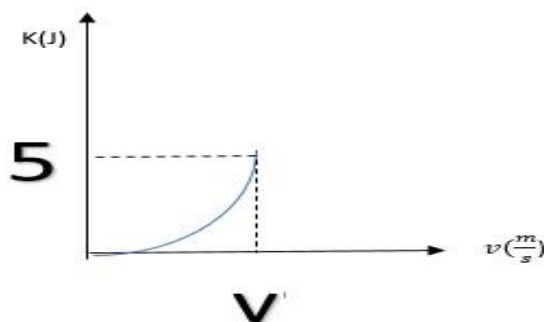
$$m = 500g \times \frac{1kg}{1000g} = 0.5kg \quad v = 10 \frac{m}{s}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 100 = 25J$$

مثال 2 :

نمودار انرژی جنبشی بر حسب تندی جسمی به جرم 400g

مطابق شکل ذیل است. تندی جسم را محاسبه کنید.



30-4      50-3      3-2      5-1

پاسخ: گزینه 1

$$m = 400 \times \frac{1Kg}{1000g} = 0.4Kg \quad K = 5J$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad 5 = \frac{1}{2} \times 0.4v^2 \quad 5 = 0.2v^2 \quad v^2 = \frac{5}{0.2} = 25 \quad v = 5 \frac{m}{s}$$

مثال 3:

انرژی جنبشی گلوله ای 4J و تندی آن  $4 \frac{m}{s}$  است. تندی گلوله را به چند  $\frac{m}{s}$  برسانیم تا انرژی جنبشی آن 5J شود؟

سراسری تجربی 84

$$5\sqrt{2}-4 \quad 2\sqrt{5}-3 \quad 8-2 \quad 5-1$$

پاسخ: گزینه 3

$$K_1 = 4J \quad v_1 = 4 \frac{m}{s} \quad K_2 = 5J \quad m_2 = m_1 \quad v_2 = ?$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \quad \frac{5}{4} = \left(\frac{v_2}{4}\right)^2 \quad \text{چون گلوله ثابت است جرم تغییری نکرده است:}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{v_2^2}{16} \quad v_2^2 = 4 \times 5 \quad v = 2\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

مثال 4:

انرژی جنبشی گلوله ای 72J و تندی آن  $6 \frac{m}{s}$  است. تندی گلوله را چقدر افزایش دهیم تا انرژی جنبشی گلوله 200J شود؟

$$4-4 \quad 6-3 \quad 10-2 \quad 2-1$$

پاسخ: گزینه 4

$$K_1 = 72J \quad v_1 = 6 \frac{m}{s} \quad K_2 = 200J \quad \Delta v = ?$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \quad \frac{200}{72} = \left(\frac{v_2}{6}\right)^2 = \frac{v_2^2}{36} \quad \frac{200}{2} = v_2^2 \quad v_2^2 = 100 \quad v_2 = 10 \frac{m}{s}$$

$$v_2 - v_1 = 10 - 6 = 4 \frac{m}{s}$$

مثال 5: اگر سرعت جسمی 2 برابر شود و جرمش 20 درصد کاهش یابد (80 درصد جرم اولیه باقی می ماند) انرژی جنبشی جسم چقدر تغییر کرده است؟

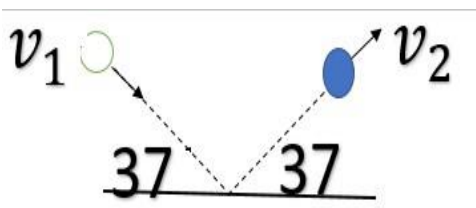
$$3.4-4 \quad 2.4-3 \quad 3.2-2 \quad 2.2-1$$

پاسخ گزینه 1

$$v_2 = 2v_1 \quad m_2 = 0.8m_1$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \quad \frac{K_2}{K_1} = \frac{0.8m_1}{m_1} \times \left(\frac{2v_1}{v_1}\right)^2 \quad \frac{K_2}{K_1} = 0.8 \times 4 = 3.2$$

$$\Delta K = 2.2$$



مثال 6: مطابق شکل توپی به جرم  $400g$  با تندی  $20 \frac{m}{s}$  به زمین برخورد کرده و با تندی  $v_2$  بر می گردد. اگر کاهش انرژی جنبشی توپ  $35J$  باشد  $v_2$  را محاسبه کنید:

1-25    2-10    3-20    4-15

پاسخ "گزینه 4"

$$m = 400 \times \frac{1Kg}{1000g} = 0.4Kg \quad v_1 = 20 \frac{m}{s} \quad \Delta K = 35J$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times 20^2 = 0.2 \times 400 = 80J$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 \quad -35 = K_2 - 80 \quad K_2 = 45J$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \quad 45 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times v_2^2 \quad 45 = 0.2v_2^2 \quad v_2^2 = \frac{45}{0.2}$$

$$v_2^2 = 225 \quad v_2 = 15 \frac{m}{s}$$

کار انجام شده توسط نیروی ثابت:

اگر بر جسمی نیرویی وارد شود و در اثر نیرو جسم در راستای نیرو جابجا شود، نیرو کار انجام می دهد. کار انجام شده از

رابطه ذیل به دست می آید:  $W = F \times d$  که در آن  $F$  نیرو بر حسب  $N$  و  $d$  جابجایی بر حسب  $m$  است و  $w$  کار بر حسب

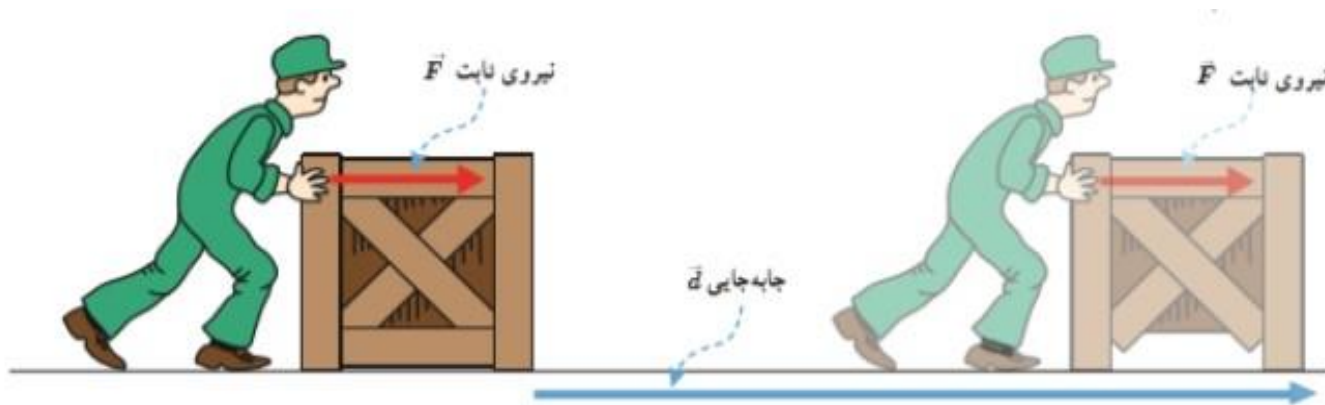
می باشد.

می دانیم که کار از جنس انرژی است پس کمیتی نرده ای می باشد.

شرط های استفاده از رابطه فوق این است که نیروی ثابت وارد بر جسم باید با جابجایی آن هم جهت باشد و جسم را بتوانیم مانند یک ذره فرض کنیم.

مثال 3-2:

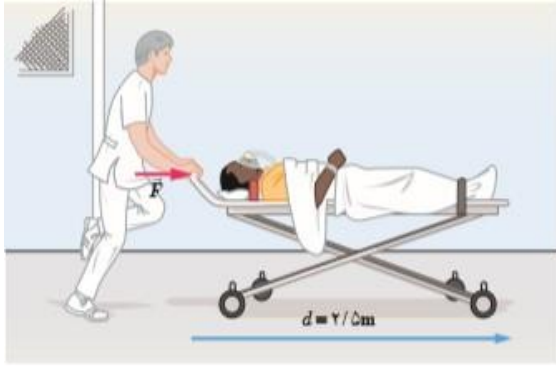
شکل ذیل کارگری را در حال هل دادن جعبه ای با نیروی ثابت 250N نشان می دهد. اگر جعبه 14m در امتداد نیرو جابجا شود کار انجام شده توسط نیرو چند ژول است؟



همان طور که مشاهده می کنید نیرو ثابت است در ضمن نیرو و جابجایی هم جهت هستند:

$$F=250 \text{ N} \quad d=14\text{m}$$

$$W = F \times d \quad W = 250 \times 14 = 3500\text{J} = 3.5 \times 10^3\text{J}$$



مثال 3-3: بیماری به جرم 72Kg روی تختی به جرم 15Kg دراز کشیده است. پرستاری این تخت را با نیروی ثابت و افقی  $\vec{F}$  روی سطح هموار و با اصطکاک ناچیز هل می دهد. مجموعه تخت و بیمار با شتاب  $0.6 \frac{m}{s^2}$  حرکت می کند.

الف- اندازه نیروی  $\vec{F}$  چقدر است؟

ب- اگر تخت 10 m در جهت این نیرو جابجا شود، کار انجام شده توسط نیروی  $\vec{F}$  را حساب کنید.

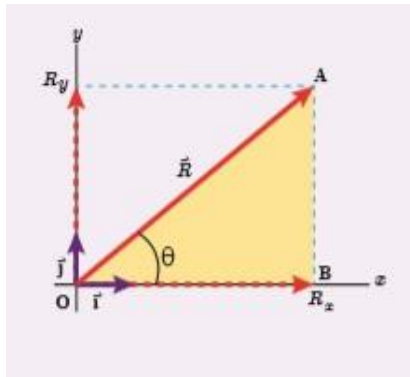
الف-  $M = m_1 + m_2$  - جرم کل بیمار و تخت برابر  $M = 72 + 15 = 87 \text{Kg}$  است. طبق قانون دوم نیوتن داریم:

$$F = ma = 87 \times 0.6 = 52 \text{N}$$

ب- نیروی ثابت و جابجایی هم جهت هستند پس:

$$W = Fd = 52 \times 10 = 520 \text{J} = 5.2 \times 10^2 \text{J}$$

### مهارت های ریاضی:



مطابق شکل ذیل  $R_x$  و  $R_y$  مولفه های بردار  $\vec{R}$  روی محور  $x, y$  باشند

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} \quad \text{داریم:}$$

همچنین در یک مثلث قائم الزاویه توابع مثلثاتی سینوس و کسینوس برای زاویه

$\theta$  به صورت ذیل است:

$$\sin \theta = \frac{AB}{OA} \quad \cos \theta = \frac{OB}{OA}$$

$$OA = R, \quad OB = R_x, \quad AB = R_y$$



مقادیر سینوس و کسینوس به ازای چند زاویه پرکاربرد

$\theta$	$\sin\theta$	$\cos\theta$
$0^\circ$	0	1
$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$90^\circ$	1	0
$180^\circ$	0	-1

بنابراین مولفه های بردار R از رابطه های ذیل بدست می آید:

$$R_x = R \cos \theta \quad R_y = R \sin \theta$$

$$\vec{R} = R_x \cos \theta \vec{i} + R_y \sin \theta \vec{j}$$

### کاربرد روابط فوق در فیزیک:

وقتی جسمی را مطابق شکل با نیروی  $\vec{F}$  می کشیم،  $F_x = F \cos \theta$  مولفه افقی و

$F_y = F \sin \theta$  مولفه قائم نیروی  $\vec{F}$  است. و F اندازه نیروی  $\vec{F}$  است. اگر نیروی  $\vec{F}$

مطابق شکل ذیل با زاویه  $\theta$  بر جسم وارد شود،  $\vec{F}$  دارای دو مولفه می شود که

$F_x = F \cos \theta$  موازی جابجایی است و کار انجام می دهد،  $F_y = F \sin \theta$

عمود بر جهت جابجایی است و بر روی جسم کاری انجام نمی دهد.

### مثال 3-4:

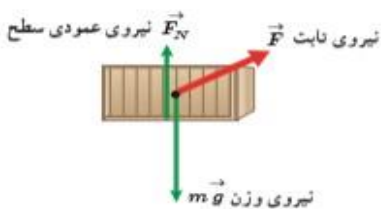
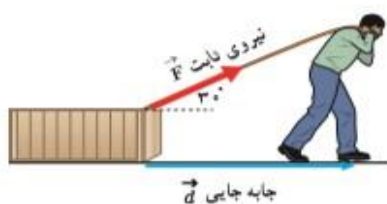
شکل ذیل شخصی را نشان می دهد که جعبه ای را با نیروی ثابت 200N

روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز، به اندازه 10m جابجا می کند.

الف- کار انجام شده توسط این نیرو چقدر است؟

ب- نیرو های دیگری که بر جسم وارد می شود مشخص کنید. کاری که

هر کدام از این نیروها روی جسم انجام می دهند حساب کنید.



$$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$W = F \cos \theta d = 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 1000 \times 1.73 = 1730J = 1.73 \times 10^3J \quad \text{الف-}$$

$$W_{F_N} = F_N \cos \theta d = F_N \times 0 \times d = 0 \quad \text{ب- } F_N \text{ بر جابجایی عمود است پس } \theta = 90$$

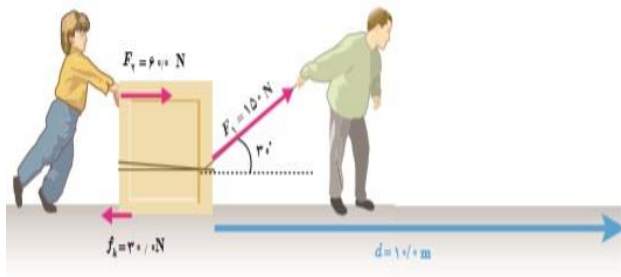
$$W_{mg} = mg \cos \theta d = mg \times 0 \times d = 0$$

نتیجه: نیروهایی که بر جابجایی عمودند کارشان صفر است و کاری روی جسم انجام نمی دهند.

## کار کل:

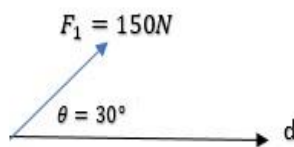
اگر چند نیرو بر جسمی وارد شوند، ابتدا کار انجام شده توسط هر نیرو را به طور جداگانه حساب می کنیم، سپس جمع جبری کار تک تک نیروها را بدست می آوریم در نتیجه کار کل  $Wt$  را می یابیم.

مثال 3-5:



شکل ذیل پدروپسری را در حال جابجا کردن یک جعبه سنگین روی سطحی هموار نشان می دهد. نیروی  $F_1$  را پدر و نیروی  $F_2$  را پسر بر جسم وارد می کند و  $F_k$  نیز نیروی اصطکاک جنبشی است که با حرکت جسم مخالفت می کند و در خلاف

جهت جابجایی به جعبه وارد می شود. کار کل انجام شده روی جسم را حساب کنید.  $\theta = 30 \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$



$$W_1 = F_1 \cos \theta d = 150 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 750 \times \sqrt{3}$$

$$W_1 = 1300J$$

$$\theta = 0 \quad \cos \theta = 1$$



$$W_2 = F_2 \cos \theta d = 60 \times 1 \times 10 = 600J$$



$$\theta = 180 \quad \cos \theta = -1$$

$$W = f_k \cos \theta d = 30 \times (-1) \times 10 = -300J$$

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 = 1300 + 600 + (-300)$$

$$W_t = 1600J = 1.6 \times 10^3J$$

نکته: سطح زیر نمودار F بر حسب d کار انجام شده را به ما می دهد.



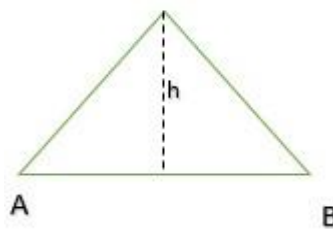
1-مساحت مربع:  $S=a^2$



2-مساحت مستطیل:  $S=ab$

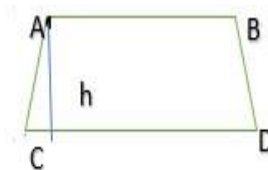
3-مساحت مثلث

$$s = \frac{AB \times h}{2}$$

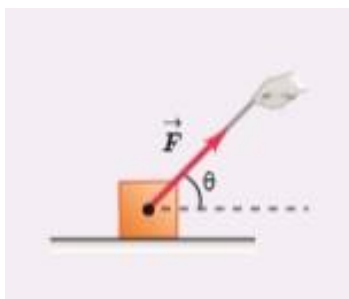


4-مساحت ذوزنقه

$$s = \frac{(AB + CD) \times h}{2}$$



مثال 1:

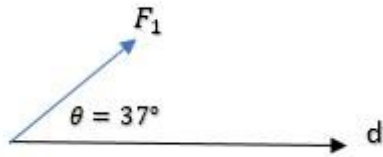


مطابق شکل ذیل نیروی ثابت  $F=70N$  با زاویه  $37^\circ$  بر جسم وارد می شود و به اندازه  $d=20m$  جسم را جابجا می کند. اگر  $\cos 37^\circ = 0.8$  باشد کار نیروی  $F$  را بر حسب

ژول محاسبه کنید.

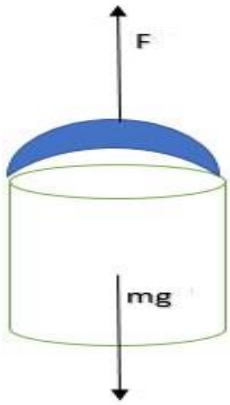
1400 -1      1000 -2      1200 -3      1120 -4

پاسخ گزینه 4:



$$W = F \cos \theta d = 70 \times 0.8 \times 20 = 1120J$$

مثال 2



جرم سطلی به همراه آب درون آن 1.5Kg است. اگر سطل را با نیروی ثابت 40N به اندازه 3m در راستای قائم بالا ببریم، کار نیروهای  $F, mg$  از راست به چپ چند ژول است؟

$$g = 10 \frac{N}{Kg}$$

120 و 455 -1      120 و -455 -2      120 و -455 -3      455 و 120 -4

پاسخ گزینه 2:



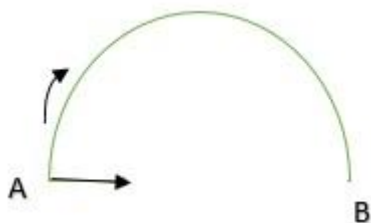
$$\theta = 0 \quad \cos \theta = 1$$

$$W_F = F \cos \theta d = 40 \times 1 \times 3 = 120J$$

$$\theta = 180 \quad \cos \theta = -1$$

$$W_{mg} = mg \cos \theta d = 1.5 \times 10 \times (-1) \times 3 = -455J$$

مثال 3:

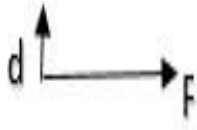


گلوله ای به جرم 100g را به نخ به طول 20cm می بندیم و آن را در راستای قائم می چرخانیم. کار نیروی کشش نخ از A تا B چند ژول است؟

$$g = 10 \frac{N}{Kg}$$

0.2-4      3-صفر      100 -2      1000 -1

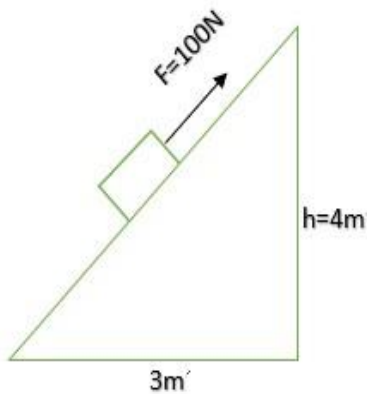
پاسخ گزینه 3:



می دانیم شعاع دایره بر محیط دایره عمود است پس در هر لحظه راستای نیروی کشش نخ بر مسیر حرکت عمود است برای یک لحظه:

$$W_F = F \cos \theta d = F \times 0 \times d = 0$$

مثال 4:



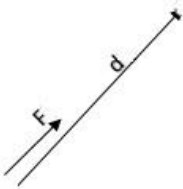
جسمی به جرم 400g مانند شکل روی سطح شیب داری بالا می رود. اگر ارتفاع سطح شیب دار 4m باشد، کار نیروی F را حساب کنید.

400 -4      300 -3      500 -2      1000 -1

پاسخ گزینه 2:

$$d = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5m$$

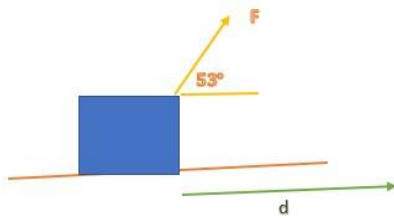
d, F همراستا هستند



$$\theta = 0 \quad \cos \theta = 1$$

$$W_F = F \cos \theta d = 100 \times 1 \times 5 = 500J$$

مثال 5:



مطابق شکل ذیل جعبه ای را با نیروی ثابت F که با افق زاویه 53 می سازد به اندازه d جابجا می کنیم. اگر نیرو را  $\frac{1}{3}$  برابر  $F_2 = \frac{1}{3} F_1$  زاویه بین نیرو و جابجایی را 37 درجه کنیم و  $d_2 = 27d_1$  باشد، کار انجام شده توسط این نیرو چند برابر

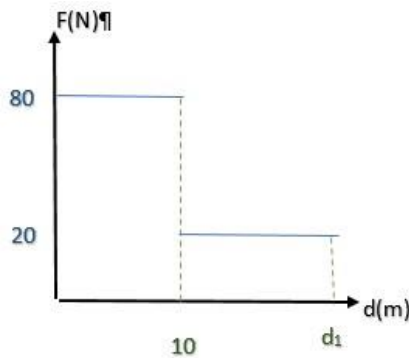
می شود؟  $\cos 53 = 0.6$        $\cos 37 = 0.8$

1- 9      2- 24      3- 18      4- 12

پاسخ گزینه 4:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2 \times d_2 \times \cos 37}{F_1 \times d_1 \times \cos 53} = \frac{\frac{1}{3}F \times 27d \times 0.8}{F \times d \times 0.6} = 12$$

مثال 6:



شکل ذیل نمودار تغییرات نیروی وارد بر جسمی را بر حسب جابجایی آن نشان

می دهد. اگر کار انجام شده 1200J باشد،  $d_1$  را بدست آورید:

1- 30m      2- 15m      3- 20m      4- 35m      3- 20m

پاسخ گزینه 1:

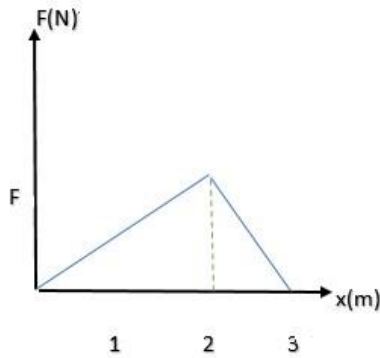
$$W_1 = S_1 = 80 \times 10 = 800J$$

$$W_2 = S_2 = 20(d_1 - 10) = 20d_1 - 200$$

$$W = W_1 + W_2 \quad 1200 = 800 + 20d_1 - 200$$

$$600 = 20d_1 \quad d_1 = 30m$$

مثال 7:



در نمودار ذیل کار انجام شده در فاصله  $x=0$  تا  $x=2m$  برابر کار انجام شده

در فاصله  $x=2m$  تا  $x=3m$  است. اگر کار کل برابر 30J باشد نیروی F را حساب

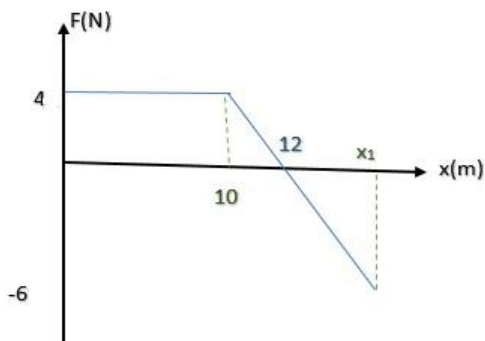
کنید.

پاسخ:

$$S_1 = 2S_2, S_1 + S_2 = 30 \quad 3S_2 = 30 \quad S_2 = 10, S_1 = 20J$$

$$S_1 = \frac{F \times 2}{2} \quad 20 = F \times 1 \quad F = 20J$$

مثال 8:



نمودار نیرو بر حسب تغییر مکان جسمی به جرم  $2.8\text{Kg}$  مطابق شکل ذیل

است. اگر سرعت جسم از صفر به  $5 \frac{m}{s}$  برسد  $x_1$  را بدست آورید.

پاسخ:

$$m = 2.8 \text{ Kg} \quad V_1 = 0, K_1 = 0 \quad V_2 = 5 \frac{m}{s}$$

$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - 0 = \frac{1}{2} \times 2.8 \times 5^2 = 1.4 \times 25 = 35J$$

$$W_t = S_1 + S_2 \quad 35 = \frac{12 + 10}{2} \times 4 + \frac{(x_1 - 12) \times (-6)}{2}$$

$$35 = 44 - 3(x_1 - 12) \quad -90 = -3(x_1 - 12) \quad 30 = x_1 - 12 \quad x_1 = 15m$$

### کار وانرژی جنبشی:

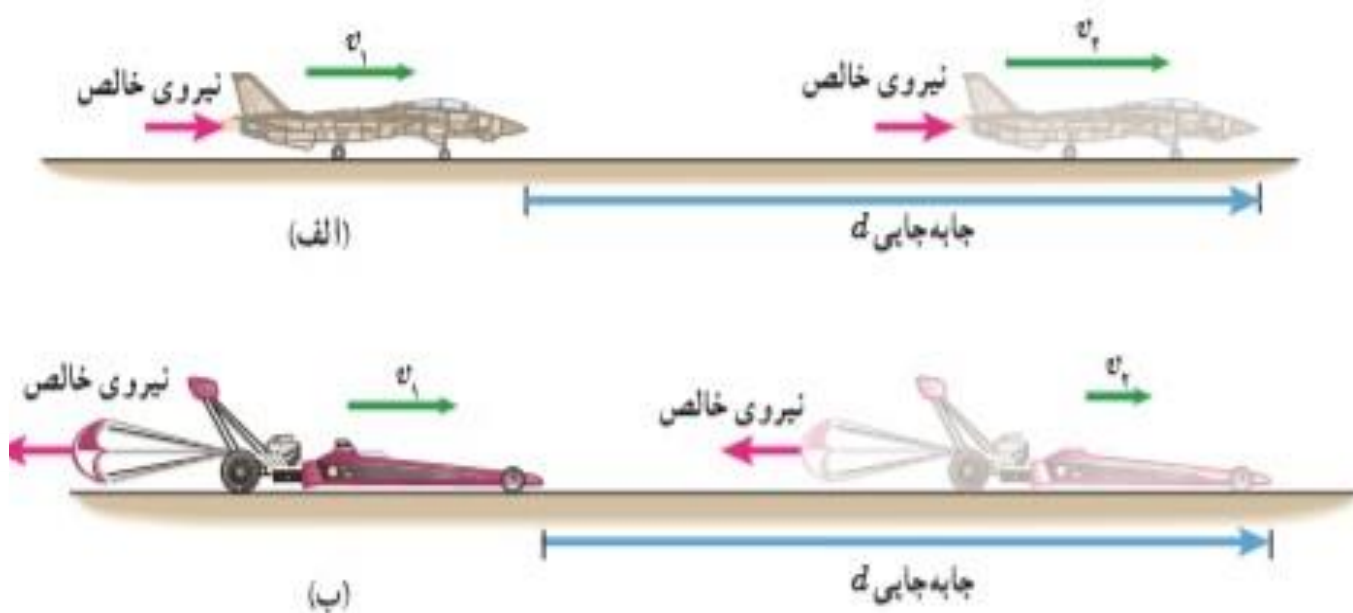
اگر هنگام جابجایی جسم، نیروی خالصی به جسم وارد شود، کار کل انجام شده روی جسم ممکن است مثبت یا منفی

باشد. اگر نیروی خالص با جابجایی هم جهت باشد  $W_t$  سبب افزایش انرژی جنبشی و افزایش تندی جسم می شود. اگر

نیروی خالص خلاف جهت جابجایی باشد  $W_t$  سبب کاهش انرژی جنبشی و کاهش تندی جسم می شود. هنگامی که

$W_t = 0$  انرژی جنبشی ثابت است و تندی در دو نقطه برابر است.

اگر  $W_t > 0$  باشد یعنی به جسم انرژی داده شده است و اگر  $W_t < 0$  باشد یعنی از جسم انرژی گرفته شده است.



رابطه بین کار کل انجام شده روی یک جسم ( $W_t$ ) و تغییر انرژی جنبشی جسم به قضیه کار-انرژی جنبشی معروف است. طبق قضیه کار-انرژی جنبشی: کار کل انجام شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است. اگر انرژی جنبشی اولیه جسم را  $K_1$  و انرژی جنبشی نهایی جسم را با  $K_2$  نمایش دهیم، قضیه کار-انرژی جنبشی با رابطه  $W_t = K_2 - K_1$  بیان می شود.

قضیه کار-انرژی جنبشی را برای مسیر خمیده هم می توان استفاده کرد. این قضیه را میتوانیم از قانون دوم نیوتن بدست آوریم.

مثال 3-6:



توپ فوتبالی به جرم 450g از نقطه پنالتی با تندی  $20 \frac{m}{s}$  به طرف دروازه شوت می شود. (شکل ذیل) توپ با تندی  $18 \frac{m}{s}$  به دستان دروازه بان برخورد می کند. کار کل انجام شده روی توپ را که سبب کاهش تندی آن شده است محاسبه کنید.



$$m = 450g \times \frac{1Kg}{1000g} = 0.45Kg$$

$$v_1 = 20 \frac{m}{s} \quad v_2 = 18 \frac{m}{s}$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.45 \times 20^2 = \frac{1}{2} \times 0.45 \times 400 = 90J$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 0.45 \times 18^2 = \frac{1}{2} \times 0.45 \times 324 = 72.9J$$

کار کل انجام شده روی توپ توسط قضیه کار-انرژی جنبشی بدست می آید.

$$W_t = K_2 - K_1 \quad W_t = 72.9 - 90 = -17.1J$$

از علامت منفی می فهمیم: کار کل انجام شده روی توپ، انرژی جنبشی توپ را کاهش داده است.

مثال 3-7:



چتر بازی به جرم کل 75Kg، از بالونی که در ارتفاع 800m از سطح زمین است، با تندی

$1.2 \frac{m}{s}$  به بیرون بالن می پرد. اگر او با تندی  $4.8 \frac{m}{s}$  به زمین برسد، کار نیروی مقاومت

هوا روی چتر باز را در طول مسیر سقوط محاسبه کنید. شتاب گرانش زمین را  $9.8 \frac{m}{s^2}$

بگیرید.

$$m = 75Kg \quad d = 800m \quad v_1 = 1.2 \frac{m}{s} \quad v_2 = 4.8 \frac{m}{s}$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 75 \times 1.2^2 = \frac{1}{2} \times 75 \times 1.44 = 54J$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 75 \times 4.8^2 = \frac{1}{2} \times 75 \times 23.04 = 864J$$

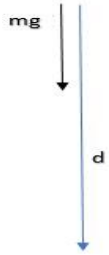
$K_1$  انرژی جنبشی چتر باز هنگام پریدن و  $K_2$  انرژی جنبشی چتر باز هنگام رسیدن به سطح زمین می باشد. نیروهای وارد

بر چتر باز در طول حرکت، دو نیروی وزن و مقاومت هوا هستند نیروی وزن با جابجایی (به سمت پایین) هم جهت است

و نیروی مقاومت هوا خلاف جهت جابجایی است.

$$1: W_t = W_{mg} + W_{\text{مقاومت هوا}} \quad 2: W_t = K_2 - K_1$$

$$1,2: \quad 3: W_{mg} + W_{\text{مقاومت هوا}} = 864 - 54 = 810J = 8.1 \times 10^2 J$$



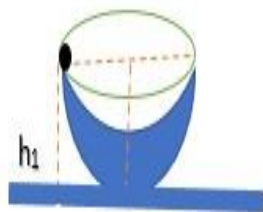
$$W_{mg} = mgd \cos 0 = 75 \times 9.8 \times 800 \times 1 = 588000J$$

$$W_{mg} = 5.88 \times 10^5 J$$

$$3 \quad 588000 + W_{\text{مقاومت هوا}} = 810 \quad W_{\text{مقاومت هوا}} = -587000J = -5.87 \times 10^5 J$$

نکته برای این که چتر باز به طور ایمن و باتندی نسبتا کمی به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا، کار نیروی وزن را تقریبا خنثی کرده است.

مثال 1: =



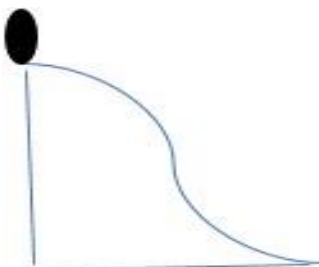
گلوله ای مطابق شکل از لبه ی نیم کره رها می شود و پس از چند رفت و برگشت در نهایت در کف نیم کره متوقف می شود. اگر قطر نیم کره 1m و جرم گلوله 100g باشد کار برابند نیروها از لحظه ی رها کردن تا توقف کامل گلوله چند ژول است؟

- 0.5-1      5-2      10-3      4-صفر

پاسخ گزینه 4:

$$V_1 = v_2 = 0 \quad K_1 = K_2 = 0 \quad W_t = K_2 - K_1 = 0$$

مثال 2:



توپی به جرم 100g را رها می کنیم به گونه ای که مجموع کار نیروهای وارد بر توپ در

طول مسیر برابر 3.2J باشد، توپ با چه سرعتی به سطح زمین می رسد؟

24-4    32-3    8-2    64-1

پاسخ گزینه 2:

$$m = 100g \times \frac{1Kg}{1000g} = 0.1Kg \quad v_1 = 0 \quad K_1 = 0 \quad W_t = 3.2J$$

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0 \quad 3.2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times v_2^2 \quad v_2^2 = \frac{3.2 \times 2}{0.1} = 64$$

$$v_2 = 8 \frac{m}{s}$$

مثال 3:

نیروی خالص  $F$  تندی جسمی را در مدت  $3s$  از  $V$  به  $3V$  و در بازه زمانی بعدی از  $3V$  به  $v_2$  می رساند. اگر  $W_1 = \frac{1}{2}W_2$

باشد،  $v_2$  را بدست آورید:

25V-4    15V-3    17V-2    5V-1

پاسخ گزینه 1:

$$W = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$W_1 = \frac{1}{2}m((3v)^2 - v^2) = \frac{1}{2}m(9v^2 - v^2) = \frac{1}{2}m \times 8v^2$$

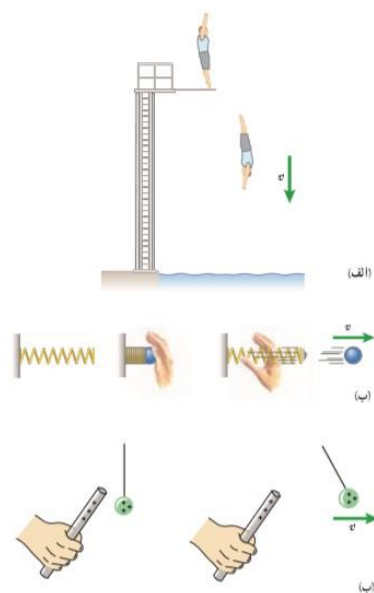
$$W_2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - (3v)^2) = \frac{1}{2}m(v_2^2 - 9v^2)$$

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} = \frac{8v^2}{v_2^2 - 9v^2} \quad v_2^2 - 9v^2 = 8v^2 \times 2 \quad v_2^2 = 9v^2 + 16v^2$$

$$v_2^2 = 25v^2 \quad v_2 = 5v$$

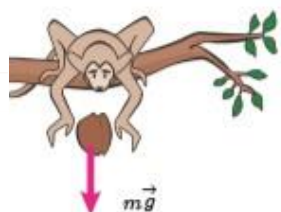
## کار و انرژی پتانسیل:

انرژی پتانسیل انرژی ذخیره شده در جسم است که به صورت های گرانشی کشسانی و الکتریکی می-باشد. انرژی پتانسیل ویژگی یک سامانه (دستگاه) است ولی انرژی جنبشی ویژگی جسم منفرد است. انرژی پتانسیل وابسته به مکان اجسام سامانه است. هنگامی که انرژی پتانسیل یک سامانه کاهش می یابد، به صورت های دیگری از انرژی تبدیل می شود، مثلاً به انرژی جنبشی تبدیل می گردد.



## انرژی پتانسیل گرانشی:

اگر جسمی به جرم  $m$  به سمت زمین سقوط کند، در حین سقوط، نیروی وزن  $m\vec{g}$  و نیروی مقاومت هوا  $\vec{f}$  به آن وارد می شود. کار نیروی وزن برای زمانی که جسم از ارتفاع  $h_1$  به ارتفاع  $h_2$  از سطح زمین می رسد به صورت ذیل بدست می آید:



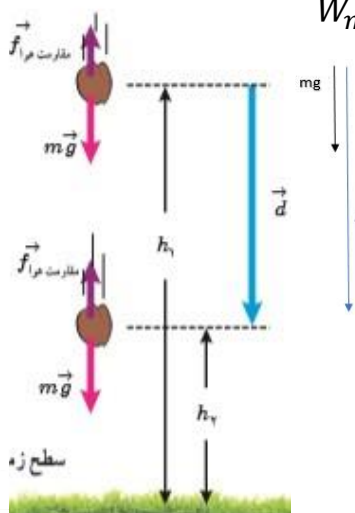
$$W_{mg} = mg \cos \theta d = mg \cos 0 d = mgd$$

$$W = mg(h_1 - h_2) = -mg(h_2 - h_1)$$

انرژی پتانسیل گرانشی سامانه متشکل از زمین و جسمی به جرم  $m$  در ارتفاع  $h$  از سطح زمین را به  $U$  نمایش می دهیم که از رابطه  $U = mgh$  بدست می آید. در این رابطه  $m$  جرم جسم بر حسب  $Kg$  و  $g$  شتاب گرانش بر حسب  $\frac{N}{Kg}$  و  $h$  ارتفاع بر حسب متری باشد.

$U$  کمیتی نرده ای است و یکای آن  $J$  می باشد.

حال به کار نیروی وزن بر می گردیم.



$$W_{mg} = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

نتیجه: کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

هنگامی که جسم رو به پایین حرکت می کند:  $h$  کاهش و  $W_{mg} > 0$  در نتیجه  $\Delta U < 0$

هنگامی که جسم رو به بالا حرکت می کند:  $h$  افزایش و  $W_{mg} < 0$  در نتیجه  $\Delta U > 0$  می باشد.

نکته: رابطه بین کار و انرژی پتانسیل گرانشی برای مسیر خمیده هم برقرار می باشد.

کار نیروی وزن (نیروی پایستار: نیرویی که میدان دارد و انرژی را هدر نمی دهند.) به مسیر بستگی ندارد.

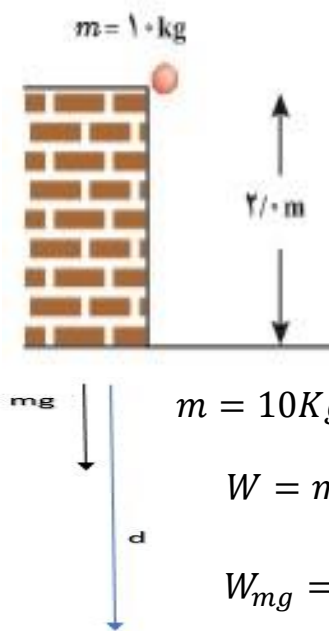
مثال 3-8:

جسمی به جرم  $10\text{Kg}$  از ارتفاع  $2\text{m}$  سقوط می کند و به زمین می رسد کار نیروی وزن

را در این مسیر: از دو راه ذیل بدست آورید:

الف- با استفاده از رابطه  $W = F \cos \theta d$

ب- با استفاده از رابطه  $W_{mg} = -\Delta U$  حساب کنید:  $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$



$$m = 10\text{Kg} \quad d = 2\text{m} \quad W = F \cos \theta d$$

$$W = mg \times 1 \times d = 10 \times 9.8 \times 2 \approx 200\text{J} = 2 \times 10^2\text{J} \quad \text{پاسخ الف:}$$

$$W_{mg} = -\Delta U = -(mgh_2 - mgh_1) = -mg(h_2 - h_1) \quad \text{ب}$$

اگر زمین را مبدا پتانسیل بگیریم  $h_1 = 2\text{m}, h_2 = 0 \quad U_2 = 0$

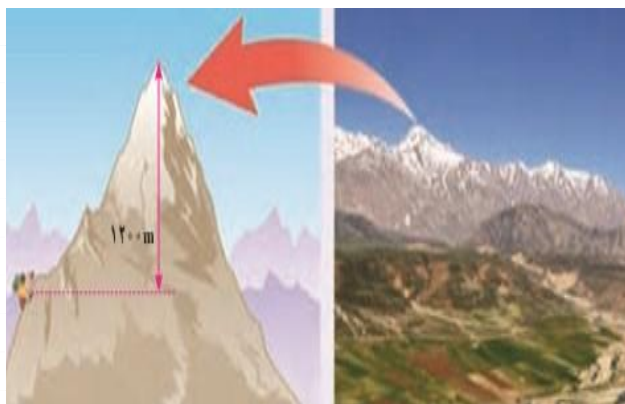
$$W_{mg} = -10 \times 9.8 \times (0 - 2) \approx 200\text{J} = 2 \times 10^2\text{J}$$

انرژی پتانسیل گرانشی برای سامانه ای متشکل از جسم و زمین تعریف می شود یعنی  $U = mgh$  انرژی پتانسیل

گرانشی سامانه جسم-زمین می باشد. زیرا اگر جسم را از زمین دور کنیم  $U$  افزایش می یابد و اگر جسم به زمین نزدیک

شود  $U$  کاهش می یابد.  $m$  جرم جسم و  $g$  مربوط به زمین است. برای سادگی به انرژی پتانسیل گرانشی سامانه جسم-زمین انرژی پتانسیل جسم می گوئیم اما هرگز فراموش نمی کنیم انرژی پتانسیل گرانشی مربوط به سامانه جسم-زمین می باشد نه جسم منفرد. برای محاسبه انرژی پتانسیل گرانشی می توانیم  $h=0$  را در هر ارتفاعی در نظر بگیریم. زیرا با تغییر مبدا انرژی پتانسیل گرانشی مقادیر،  $h_1$  و  $h_2$  تغییر می نماید و در نتیجه  $U_1$  و  $U_2$  تغییر می نماید، اما  $h_2 - h_1$  ثابت است یا  $U_2 - U_1$  تغییری نمی کند.

مثال 3-9 :



شکل ذیل کوه نوردی به جرم  $72\text{Kg}$  را نشان می دهد که در حال صعود به قله زرد کوه بختیاری به ارتفاع  $4200\text{m}$  از سطح آزاد دریاست. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی کوه نورد در  $1200\text{m}$  پایان ارتفاع سقوط چقدر است؟ مبدا انرژی پتانسیل گرانشی را :

الف- سطح دریا بگیرد

ب- قله کوه بگیرد:  $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$

پاسخ :

الف-مبدا انرژی پتانسیل گرانشی سطح دریا می باشد. پس

$$h_1 = 3000\text{m} \quad h_2 = 4200\text{m} \quad g = 9.8 \frac{m}{s^2} \quad m = 72\text{Kg}$$

$$\Delta U = mg(h_2 - h_1) = 72 \times 9.8 \times (4200 - 3000) \approx 850000\text{J}$$

$$\Delta U = 8.5 \times 10^5\text{J}$$

ب- مبدا انرژی پتانسیل گرانشی راقله کوه فرض می کنیم:

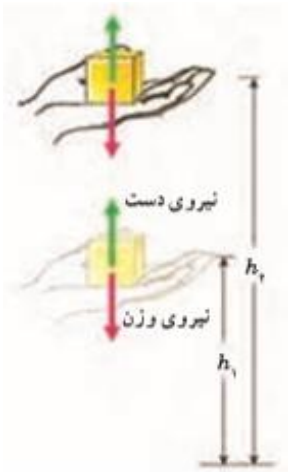
$$h_1 = -1200\text{m} \quad h_2 = 0$$

$$\Delta U = mg(h_2 - h_1) = 72 \times 9.8 \times (0 - (-1200)) \approx 850000J$$

$$\Delta U = 8.5 \times 10^5 J$$

نتیجه می گیریم مبدا اختیاری است و در جواب نهایی تاثیری ندارد.

مثال 3-10 :



جسم ساکنی به جرم  $m$  را مانند شکل ذیل با دستمان از ارتفاع  $h_1$  به ارتفاع  $h_2$  می رسانیم با چشم پوشی از مقاومت هوا، کار نیروی دست را در این جابجایی محاسبه کنید:

پاسخ

$$W_t = W_{mg} + W_{\text{دست}} \quad \text{و} \quad W_t = K_2 - K_1 \quad \text{داریم:}$$

چون جسم در ابتدا و انتهای مسیر ساکن است پس

$$v_1 = v_2 = 0 \quad K_1 = K_2 = 0$$

$$W_{mg} + W_{\text{دست}} = 0 \quad \Delta U_{mg}(h_2 - h_1) = -W_{mg}$$

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg(h_2 - h_1) \quad W_{\text{دست}} = -(-\Delta U) = +\Delta U$$

مثال 1-:

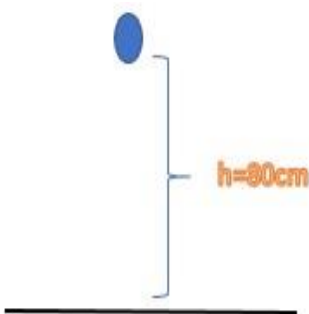
جسمی به جرم 900g در ارتفاع 80cm از سطح زمین قرار دارد انرژی پتانسیل این جسم را

$$g = 10 \frac{m}{s^2} \quad \text{محاسبه کنید.}$$

$$720-4 \quad 0.72-3 \quad 7.2-2 \quad 72-1$$

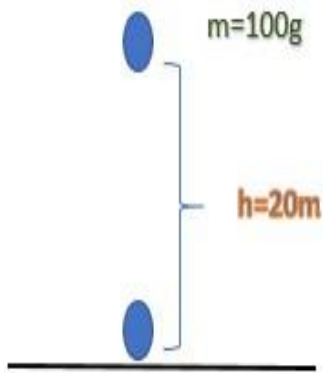
پاسخ گزینه 2:

سطح زمین را مبدا پتانسیل می گیریم:



$$m = 900 \times \frac{1kg}{1000g} = 0.9Kg \quad h = 80cm \times \frac{1m}{100cm} = 0.8m$$

$$U = mgh = 0.9 \times 10 \times 0.8 = 7.2J$$



مثال 2:

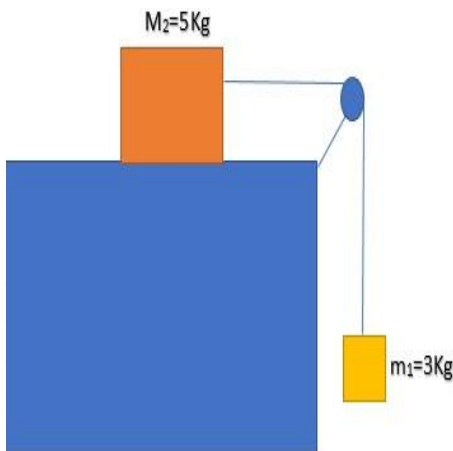
در شکل مقابل جسمی به جرم 100g رها می شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا 0.2 کار نیروی وزن جسم باشد، کار نیروی گرانشی را در این جابجایی محاسبه کنید:  $g = 10 \frac{m}{s^2}$

200J-1      2J-2      20J-3      4J-4

$$h = 20m \quad g = 10 \frac{m}{s^2} \quad m = 100g \times \frac{1Kg}{1000g} = 0.1Kg$$

$$W_f = -0.2W_{mg} \quad W_{mg} = mgh = 0.1 \times 10 \times 20 = 20J$$

مثال 3:



در شکل ذیل جسم  $m_1$  به اندازه 40 cm پایین می آید. اگر کار نیروی وزن  $m_1$  را با  $W_1$  و کار نیروی وزن  $m_2$  را با  $W_2$  نشان دهیم،  $W_1$  و  $W_2$  به ترتیب از راست

به چپ چند ژول هستند؟  $g = 10 \frac{m}{s^2}$

12 و 0-1      0 و 12-2      12 و 12-3      0 و 0-4

پاسخ: گزینه 2:

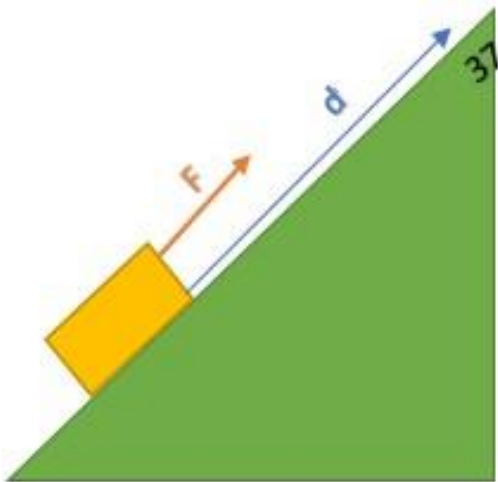
$$m_1 = 3kg \quad m_2 = 5kg \quad \Delta h_1 = 40cm \quad \Delta h_2 = 0$$

$$W_1 = mg\Delta h_1 = 3 \times 10 \times 0.4 = 12J$$

$$W_2 = mg\Delta h_2 = 5 \times 10 \times 0 = 0$$



مثال 4:



در شکل ذیل  $F=100N$  و  $m=200g$  اگر انرژی پتانسیل گرانشی  $1.6J$  افزایش یابد  $d$  را محاسبه کنید.

1-1      2-2      3-3      4-4

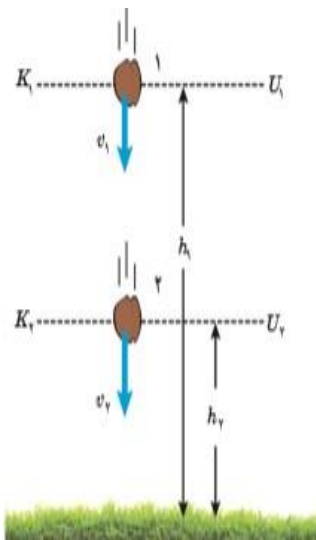
پاسخ گزینه 1:

$$F = 100N \quad m = 200g \times \frac{1Kg}{1000g} = 0.2Kg$$

$$\Delta U = mg\Delta h \quad 1.6 = 0.2 \times 10\Delta h \quad \Delta h = 0.8m$$

$$\Delta h = d \cos 37^\circ \quad 0.8 = d \times 0.8 \quad d = 1m$$

پایستگی انرژی مکانیکی:



مطابق شکل مقابل جسمی به جرم  $m$  به سمت زمین سقوط می کند. اگر از مقاومت هوا در برابر حرکت جسم بتوانیم صرف نظر کنیم تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن است. اگر انرژی جنبشی در نقاط 1 و 2 و  $K_1$  و  $K_2$  و انرژی پتانسیل گرانشی جسم  $U_1$  و  $U_2$  باشد داریم:

$$1: W_t = W_{mg} = -(U_2 - U_1)$$

از طرفی طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$2: W_t = K_2 - K_1$$

$$1 \text{ و } 2: K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1) \quad K_2 - K_1 = U_1 - U_2$$

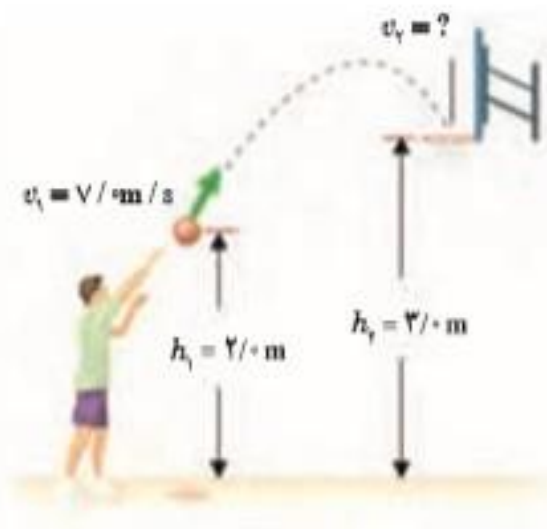
$$3: K_1 + U_1 = K_2 + U_2:$$

با جابجای نمودن  $K_1$  و  $U_2$  داریم:

نتیجه: چون نقطه 1 و 2 دو نقطه اختیاری است پس در تمام مسیر این رابطه برقرار است.

مجموع انرژی های پتانسیل و جنبشی هر جسم را انرژی مکانیکی آن جسم می نامیم. و با E نشان می دهیم. در نتیجه رابطه 3 را به صورت  $E_1 = E_2$  می توانیم بنویسیم و یا  $\Delta K = -\Delta U$  برای شرایطی که بتوانیم اثر ناشی از نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا را نادیده بگیریم: انرژی مکانیکی در تمام نقاط مسیر مقدار یکسانی دارد و پایسته می ماند. این بیان به اصل پایستگی انرژی مکانیکی مشهور است.

مثال 3-11:



شکل ذیل ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبالی با تندی

$7 \frac{m}{s}$  به طرف سبد نشان می دهد. تندی توپ هنگام رسیدن به سبد

چقدر است؟ مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.

پاسخ: چون از مقاومت هوا صرف نظر کردیم پس پایستگی انرژی

مکانیکی برقرار است.

$$h_1 = 2m \quad h_2 = 3m \quad v_1 = 7 \frac{m}{s} \quad v_2 = ?$$

$$E_1 = E_2 \quad K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

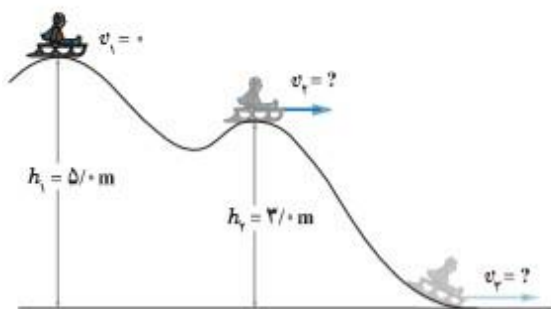
چون m در تمام جملات بالا وجود دارد آن را حذف می کنیم و مقادیر معلوم را جایگذاری می نماییم:

$$\frac{1}{2} \times 7^2 + 9.8 \times 2 = \frac{1}{2}v_2^2 + 9.8 \times 3$$

برای راحتی محاسبه رابطه بالا را در 2 ضرب می نماییم:

$$49 + 39.2 = \frac{1}{2}v_2^2 + 58.8 \quad v_2^2 = 88.2 - 58.8 = 29.4 \quad v_2 = 5.4 \frac{m}{s}$$

مثال 3-12:



سورتمه سواری از ارتفاع  $h_1 = 5m$  بالای سطح زمین وروی

مسیری بدون اصطکاک، از حال سکون شروع به حرکت می کند.

الف- تندی سورتمه را در ارتفاع  $h_2$  بدست آورید:

ب- تندی سورتمه را هنگامی که به سطح زمین می رسد پیدا

کنید.

مقاومت هوا را هنگام حرکت سورتمه نادیده بگیرید.

پاسخ:

چون از مقاومت هوا و نیروی اصطکاک صرف نظر شده است پس پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است.

$$h_1 = 5m \quad h_2 = 3m \quad h_3 = 0 \quad U_3 = 0$$

$$v_1 = 0 \quad K_1 = 0 \quad v_2 = ? \quad v_3 = ?$$

$$E_1 = E_2 \quad K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$9.8 \times 5 = \frac{1}{2}v_2^2 + 9.8 \times 3 \quad m \text{ را حذف می کنیم (جرم سورتمه و سورتمه سوار)}$$

$$98 = v_2^2 + 58.8 \quad v_2^2 = 98 - 58.8 = 39.2 \quad v_2 = 6.3 \frac{m}{s} \quad \text{در 2 ضرب می کنیم}$$

$$E_1 = E_3 \quad K_1 + U_1 = K_3 + U_3 \quad 0 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_3^2 + 0$$

$$9.8 \times 5 = \frac{1}{2}v_3^2 \quad m \text{ را حذف می کنیم سپس در 2 ضرب می کنیم}$$

$$v_3^2 = 98 \quad v_3 = 9.9 \frac{m}{s}$$

همچنین می توانستیم بنویسیم  $E_2 = E_3$  و مسئله را حل کنیم به همین پاسخ می رسیدیم. (حل از راه حل دوم به عهده دانش آموز است.)

مثال 1:

جسمی به جرم 500g از ارتفاع 20m بدون سرعت اولیه در خلا سقوط می کند. اگر انرژی پتانسیل گرانشی در ارتفاع

$$h \text{ برابر } 84J \text{ باشد سرعت جسم را در این ارتفاع محاسبه کنید. } g = 10 \frac{m}{s^2}$$

8-4      4-3      32-2      64-1

پاسخ گزینه 4 چون در خلا سقوط می کند مقاومت هوا و نیروی مقاوم دیگری وجود ندارد.

$$m = 500g \times \frac{1Kg}{1000g} = 0.5Kg \quad h_1 = 20m \quad v_1 = 0 \quad K_1 = 0$$

$$U_2 = 84J \quad v_2 = ?$$

$$E_1 = E_2 \quad K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad 0 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$0.5 \times 10 \times 20 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times v_2^2 + 84 \quad 100 \times 2 = 0.5v_2^2 + 84 \times 2$$

$$200 - 168 = 0.5v_2^2 \quad 32 = 0.5v_2^2 \quad v_2^2 = \frac{32}{0.5} \quad v_2 = 8 \frac{m}{s}$$

مثال 2:

جسمی به جرم 2Kg را در شرایط خلا با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  در راستای قائم، رو به بالا پرتاب می کنیم، انرژی مکانیکی جسم

در نصف ارتفاع اوج چند ژول است؟ (مبدأ پتانسیل گرانشی، محل پرتاب فرض شده است) سراسری تجربی 81

100 - 4       $50\sqrt{2} - 3$       50 - 2       $25\sqrt{2} - 1$

پاسخ گزینه 4:

$$E_1 = E_2 \quad E_1 = K_1 + U_1 \quad E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100J$$

چون در شرایط خلاء است E در هر ارتفاعی با  $E_1$  برابر است.

مثال 3:

گلوله ای در شرایط خلاء، از سطح زمین با سرعت اولیه ی  $30 \frac{m}{s}$  در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می شود، در چند متری

سطح زمین انرژی جنبشی گلوله نصف انرژی پتانسیل آن است؟ سراسری تجربی  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  89

15-1      20-2      30-3      35-3

پاسخ گزینه 3:

$$V_1 = 30 \frac{m}{s} \quad h_1 = 0, U_1 = 0 \quad h_2 = ? \quad K_2 = \frac{1}{2}U_2 \quad g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$E_1 = E_2 \quad K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2}U_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{3}{2}mgh_2 \quad 30^2 = 30 \times h_2 \quad h_2 = 30m$$

مثال 4:

جسم A به جرم m از ارتفاع 10m سطح زمین و جسم B به جرم 2m، از ارتفاع 20m سطح زمین رها می شوند انرژی

جنبشی جسم B در لحظه رسیدن به زمین ، چند برابر انرژی جنبشی جسم A در لحظه رسیدن به سطح زمین است؟ (از

مقاومت هوا صرف نظر شود) سراسری ریاضی 88 خارج از کشور

2-1      2-2      4-3       $\frac{1}{4}$ -4

پاسخ گزینه 3:

$$v_{1A} = v_{1B} = 0 \quad K_{1A} = K_{1B} = 0 \quad m_A = m \quad m_B = 2m \quad h_{1A} = 10m$$

$$h_{1B} = 20m \quad h_{2A} = h_{2B} = 0 \quad U_{2A} = U_{2B} = 0 \quad \frac{K_{2B}}{K_{2A}} = ?$$

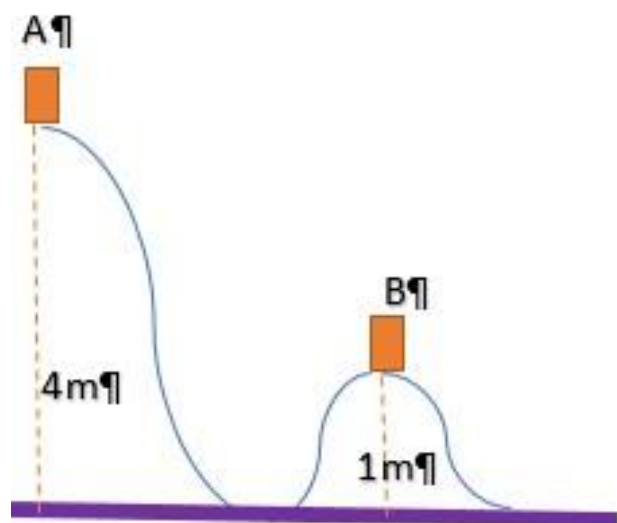
$$E_{1A} = E_{2A} \quad K_{1A} + U_{1A} = K_{2A} + U_{2A} \quad 0 + mgh_{1A} = K_{2A} + 0$$

$$m \times 10 \times 10 = K_{2A} \quad K_{2A} = 100m$$

$$E_{1B} = E_{2B} \quad K_{1B} + U_{1B} = K_{2B} + U_{2B} \quad 0 + 2mgh_{1B} = K_{2B} + 0$$

$$2m \times 10 \times 20 = K_{2B} \quad K_{2B} = 400m \quad \frac{K_{2B}}{K_{2A}} = \frac{400m}{100m} = 4$$

مثال 5:



مطابق شکل ارابه ای به جرم  $m$  از نقطه A با سرعت  $2 \frac{m}{s}$  می گذرد. سرعت آن هنگام عبور از نقطه B چند  $\frac{m}{s}$  است؟ (از اصطکاک صرف نظر شود)

اصطکاک صرف نظر شود)

سراسری ریاضی 86

$$4-1 \quad 8-2 \quad \sqrt{46}-3 \quad -4 \quad \text{به جرم } m \text{ بستگی}$$

دارد

پاسخ: گزینه 2:

$$\text{مبدا پتانسیل را سطح زمین می گیریم} \quad h_B = 1m \quad v_B = ? \quad v_A = 2 \frac{m}{s} \quad h_A = 4m$$

$$E_A = E_B \quad K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

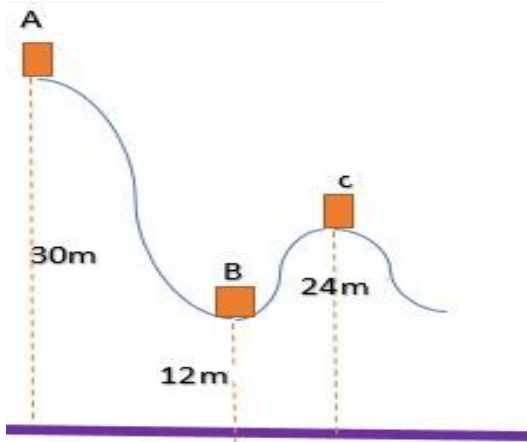
M را حذف می کنیم سپس در 2 ضرب می کنیم.

$$\frac{1}{2} \times 2^2 + 10 \times 4 = \frac{1}{2} v_B^2 + 10 \times 1 \quad 4 + 2 \times 40 = v_B^2 + 2 \times 10$$

$$v_B^2 = 94 - 20 = 64 \quad v_B = 8 \frac{m}{s}$$

تمرین به عهده دانش آموز: در مثال 5، B را مبدا پتانسیل بگیرید و مسئله را حل کنید.

مثال 6:



در شکل ذیل اصطکاک ناچیز است و ارابه بدون سرعت اولیه، از حالت A

رها می شود نسبت سرعت ارابه در حالت B به سرعت آن در حالت C

کدام است؟ سراسری ریاضی 91

$$\sqrt{3} - 4 \quad \sqrt{2} - 3 \quad 3 - 2 \quad 2 - 1$$

پاسخ گزینه 4:

مبدا پتانسیل را سطح زمین می گیریم

$$v_A = 0 \quad K_A = 0 \quad h_A = 30m \quad v_B = ? \quad h_B = 12m \quad v_C = ? \quad h_C = 24m$$

$$E_A = E_B \quad K_A + U_A = K_B + U_B \quad 0 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

m را حذف می کنیم سپس در 2 ضرب می کنیم:

$$2 \times 10 \times 30 = v_B^2 + 2 \times 10 \times 12 \quad v_B^2 = 600 - 240 = 360$$

$$E_B = E_C \quad K_B + U_B = K_C + U_C \quad \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

m را حذف می کنیم سپس در 2 ضرب می کنیم:

$$360 + 240 = v_C^2 + 480 \quad v_C^2 = 120 \quad \frac{v_B^2}{v_C^2} = \frac{360}{120} = 3 \quad \frac{v_B}{v_C} = \sqrt{3}$$

تمرین به عهده دانش آموز: در مثال C,B,6 را مبدا پتانسیل بگیرید و مسئله را حل کنید.

## کار و انرژی درونی:

توپ با سرعت روی سطح افقی در حال حرکت است پس از مدتی متوقف می شود زیرا نیروی اصطکاک بر خلاف جهت حرکت توپ به آن وارد می شود و روی توپ کار منفی انجام می دهد و انرژی جنبشی توپ را می گیرد. برای این که بدانیم انرژی جنبشی توپ کجا رفته است با نوع دیگر انرژی که انرژی درونی است آشنا می شویم. **انرژی درونی یک جسم، مجموع انرژی های ذره های تشکیل دهنده جسم است.** معمولا وقتی انرژی درونی یک جسم بالا می رود جسم گرم تر می شود. انرژی درونی به دو عامل ذیل بستگی دارد: 1- تعداد ذرات 2- انرژی هر ذره هر چه این دو عامل بیشتر باشند انرژی درونی جسم بیشتر است. هنگام توقف توپ هم توپ هم سطح تماس اندکی گرم می شوند. و یا هنگام ترمز گرفتن و توقف یک خودرو هم در اثر مالش لاستیک و جاده هردو گرم می شوند و انرژی درونی آن ها بالا می رود. نتیجه: در اثر کار نیروی اصطکاک، انرژی جنبشی خودرو به انرژی درونی لاستیک های آن و سطح جاده تبدیل شده است و اصطلاحا تلف شده است چون نمی توانیم دوباره این انرژی را استفاده کنیم از اصطلاح تلف شدن استفاده کرده ایم.



جسمی داریم که پس از طی مسیر نشان داده شده انرژی مکانیکی آن از  $E_1$  به  $E_2$  کاهش یافته است. اگر در طول مسیر نیروهای اتلافی به جسم وارد شوند (نیروی اصطکاک و مقاومت هوا) و روی جسم کار منفی انجام دهند بخشی از انرژی مکانیکی جسم به انرژی درونی جسم، سطح مسیر و هوا تبدیل می شوند. کار نیروی اتلافی را با  $W_f$  نمایش می دهیم و از رابطه

$$W_f = E_2 - E_1 = K_2 + U_2 - (K_1 + U_1) = K_2 - K_1 + U_2 - U_1 \quad \text{ذیل بدست می آوریم:}$$

$$W_f = \Delta K + \Delta U$$



که در این رابطه  $E_1$  انرژی مکانیکی اولیه و  $E_2$  انرژی مکانیکی در نقطه بعدی یا انرژی مکانیکی نهایی می باشد.

نکته 1: در حضور نیروهای اتلافی انرژی مکانیکی جسم یا سامانه پایسته نمی ماند و تغییر می کند.

نکته 2: نیروهای اتلافی انرژی پتانسیل ندارند و اصطلاحاً ناپایستار هستند.

نکته 3: کاهش انرژی مکانیکی به صورت افزایش انرژی درونی جسم و محیط اطراف و هوا در می آید.

قانون پایستگی انرژی: در یک سامانه منزوی مجموع کل انرژی ها پایسته می ماند، انرژی را نمی توان خلق یا نابود کرد و تنها می توان از یک شکل به شکل دیگر تبدیل کرد.

مثال 3-13:



از بالونی که در ارتفاع 50m سطح زمین با تندی  $4 \frac{m}{s}$  در پرواز است بسته ای به جرم 30Kg رها می شود و با تندی  $25 \frac{m}{s}$  به زمین برخورد می کند. کار انجام شده توسط نیروی مقاومت هوا بر روی بسته را از لحظه رها شدن تا هنگام رسیدن به زمین حساب کنید:

پاسخ:  $E_1$  انرژی مکانیکی در لحظه رها شدن و  $E_2$  انرژی مکانیکی هنگام برخورد به زمین است. برای محاسبه انرژی پتانسیل گرانشی به مبدا نیاز داریم که به طور اختیاری سطح زمین را مبدا انتخاب می کنیم.

$$h_1 = 50m \quad v_1 = 4 \frac{m}{s} \quad m = 30Kg \quad v_2 = 25 \frac{m}{s} \quad g = 9.8 \frac{m}{s^2}$$

$$h_2 = 0 \quad U_2 = 0$$

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} \times 30 \times 4^2 + 30 \times 9.8 \times 50$$

$$E_1 = 15 \times 16 + 294 \times 50 = 240 + 14700 = 14940 \approx 15000J$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 30 \times 25^2 = 15 \times 625 = 9375$$

$$E_2 \approx 9400J \quad W_f = E_2 - E_1 = 93750 - 14940 = -5565 \quad W_f = -5.6 \times 10^3$$

مثال 1:

کدام یک از جمله های زیر همواره درست است؟ سراسری تجربی 87

الف- اگر مجموع کارهای نیروهای وارد بر یک جسم مثبت باشد، حتما انرژی جنبشی جسم افزایش یافته است.

ب- اگر مجموع کارهای نیروهای وارد بر یک جسم منفی باشد، حتما انرژی جنبشی جسم کاهش یافته است.

پ- اگر مجموع کارهای نیروهای وارد بر یک جسم صفر باشد حتما انرژی پتانسیل جسم تغییر نکرده است.

الف-2 ب-3 پ-4 هر سه جمله همواره درست است.

پاسخ گزینه 1:

ابتدا یادآوری می کنیم مجموع کار نیروهای وارد بر جسم کار برآیند نیروها می باشد.

الف-درست  $K_2 > K_1$  در نتیجه  $\Delta K > 0$  و  $W_t = \Delta K$  و  $W_f > 0$

ب- نادرست. اگر به جای واژه مکانیکی واژه جنبشی بگذاریم و به جای واژه حتما کلمه احتمالا بگذاریم جمله درست می شود. فقط در حالت خاص  $\Delta U = 0$  جمله درست است.

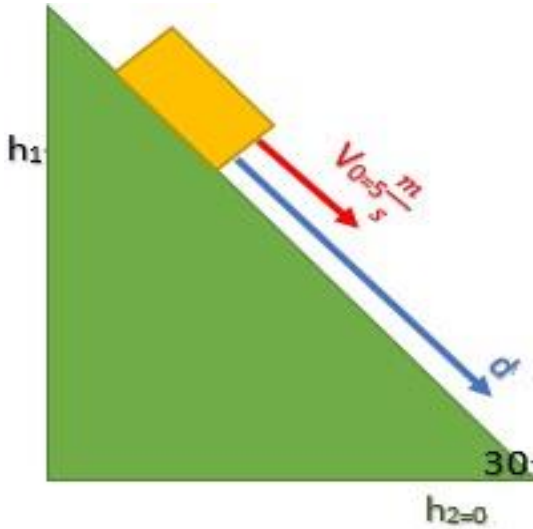
$W_t < 0$  و  $W_t = \Delta K$  و  $\Delta E = \Delta K + \Delta U$

اگر  $\Delta E - \Delta U = 0$   $\Delta U = 0$   $\Delta E < 0$

پ- نادرست. اگر به جای کلمه پتانسیل ، جنبشی و یا به جای واژه حتما کلمه احتمالا بگذاریم جمله درست می شود. اگر انرژی مکانیکی تغییر نکند جمله درست می شود .

$W_t = 0$   $W_t = \Delta K$   $\Delta K = 0$   $\Delta E = \Delta K + \Delta U$

اگر  $\Delta E = 0$      $\Delta U = 0$



مثال 2: جسمی به جرم 2Kg را مطابق شکل ذیل، با سرعت اولیه  $5 \frac{m}{s}$  مماس بر سطح رو به پایین پرتاب می کنیم. اگر سرعت جسم پس از طی 12m جابجایی روی سطح به  $8 \frac{m}{s}$  برسد، چند ژول انرژی به انرژی

درونی تبدیل شده است؟ سراسری ریاضی  $g = 10 \frac{m}{s^2}$

- 81 -4      -63 -3      -45 -2      -42 -1

پاسخ گزینه 4:

$$m = 2Kg \quad v_1 = 5 \frac{m}{s} \quad d = 12m \quad v_2 = 8 \frac{m}{s} \quad g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$h_1 = d \sin 30^\circ = 12 \times \frac{1}{2} = 6m \quad h_2 = 0 \quad U_2 = 0$$

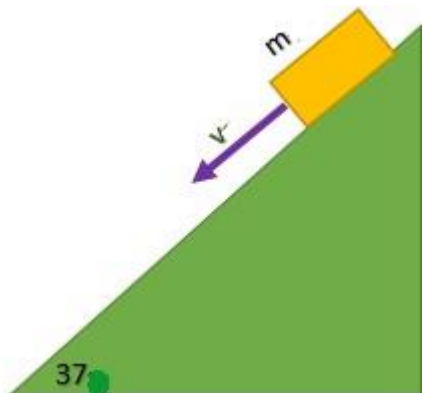
$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + 2 \times 10 \times 6$$

$$E_1 = 25 + 120 = 145J$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 = 64J \quad W_f = \Delta E = E_2 - E_1$$

$$W_f = 64 - 145 = -81J$$

مثال 3:



در شکل ذیل به جسمی به جرم  $m=20Kg$  نیروی مناسب  $F$  به موازات سطح شیب دار وارد می شود تا جسم با تندی ثابت، رو به سمت پایین سطح حرکت کند. اگر اندازه ی نیروی اصطکاک بین جسم و سطح برابر 160 باشد، کار نیروی  $F$  در مدتی که جسم 2m روی سطح پایین می آید چند ژول است؟

93 سراسری ریاضی  $\sin 37^\circ = 0.6$   $g = 10 \frac{m}{s^2}$

80-4      160-3      -80-2      160-1

پاسخ گزینه 4:

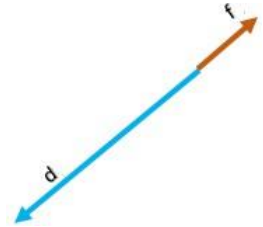
$$m = 20Kg \quad v_1 = v_2 \quad K_1 = K_2 \quad \Delta K = 0 \quad F = 160N$$

$$d = 20m \quad h_1 = d \sin 37^\circ = 2 \times 0.6 = 1.2m$$

$$h_2 = 0 \quad U_2 = 0$$

$$W_F + W_f = \Delta K + \Delta U \quad W_F + fd \cos 180 = 0 + mg\Delta h$$

$$W_F + 160 \times 2 \times (-1) = 0 - 20 \times 10 \times 1.2 = 320 - 240 = 80J$$



مثال 4:

جسمی به جرم  $m=2Kg$  روی سطح شیب داری که با افق زاویه  $30^\circ$  می سازد، با سرعت ثابت رو به پایین می لغزد. اگر

در این حرکت، جسم به اندازه  $2m$  جابجا شود، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  سراسری ریاضی 94

-20 - 4      -10 - 3       $-10\sqrt{3} - 2$        $-20\sqrt{3} - 1$

پاسخ گزینه 4:

$$m = 2Kg \quad \theta = 30^\circ \quad v_1 = v_2 = cte \quad K_1 = K_2 \quad \Delta K = 0$$

$$d = 2m \quad h_1 = d \sin 37^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \quad h_2 = 0 \quad U_2 = 0$$

$$W_f = \Delta K + \Delta U = 0 + (0 - mgh) = -2 \times 10 \times 1 = -20J$$

مثال 5:

جسمی به جرم  $m=2Kg$  را از پایین سطح شیب داری که با افق زاویه  $30^\circ$  می سازد با سرعت اولیه  $5 \frac{m}{s}$  مماس با سطح

رو به بالا پرتاب می کنیم. جسم روی سطح به اندازه  $2m$  بالا می رود و سپس، به نقطه پرتاب بر می گردد. کار نیروی

اصطکاک در این مسیر رفت و برگشت چند ژول است؟  $g = 10 \frac{m}{s^2}$   $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

سراسری ریاضی 86 خارج از کشور

1- صفر      2- 5      3- 10      4- 20

$$m = 2Kg \quad v_1 = 5 \frac{m}{s} \quad d = 2m$$

$$\text{رفت: } h_2 = d \sin 30 = 2 \times \frac{1}{2} = 1m \quad h_1 = 0 \quad U_1 = 0$$

$$W_f = \Delta K + \Delta U \quad W_f = \left(0 - \frac{1}{2}mv_1^2\right) + (mgh - 0) \text{ مسير رفت}$$

$$W_f = -\frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + 2 \times 10 \times 1 = -5J$$

$$\text{رفت و برگشت} = 2W_f = 2 \times (-5) = -10J$$

مثال 6:

در شکل ذیل جسمی به جرم 400g از A به B می رود. اگر

$$h_2 = 0.1h_1, v_2 = 2v_1 \text{ و انرژی درونی هدر رفته } 149J$$

باشد  $h_2$  را محاسبه کنید.

$$g = 10 \frac{m}{s^2} \text{ (است } v_2 = 6 \frac{m}{s} \text{)}$$

$$m = 400g \times \frac{1Kg}{1000g} = 0.4Kg$$

$$h_2 = 0.1h_1 \quad v_2 = 2v_1 \quad W_f = -149J \quad g = 10 \frac{m}{s^2} \quad v_2 = 6 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = 2v_1 \quad 6 = 2v_1 \quad v_1 = 3 \frac{m}{s}$$



$$W_f = \Delta K + \Delta U = \left( \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \right) + (mgh_2 - mgh_1)$$

$$-149 = \frac{1}{2} \times 0.4(3^2 - 6^2) + 0.4 \times 10(0.1h_1 - h_1)$$

$$-149 = -0.2 \times (9 - 36) + 4(-0.9h_1) = 25 - 3.6h_1$$

$$-149 + 5 = -3.6h_1 \quad -3.6h_1 = -144 \quad h_1 = \frac{144}{3.6} = 40m$$

$$h_2 = 0.1h_1 = 0.1 \times 40 = 4m$$

مثال 7:

جسمی به جرم 1.6Kg با سرعت اولیه  $10 \frac{m}{s}$  از پایین سطح شیب داری که با افق زاویه 45 می سازد به بالا پرتاب

می شود. اگر سرعت جسم به  $6 \frac{m}{s}$  برسد و انرژی مکانیکی  $-31.2J$  کاهش یابد جسم چه اندازه روی سطح شیب دار بالا

رفته است؟

$$g = 10 \frac{m}{s^2} \quad \sin 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$m = 1.6Kg \quad v_1 = 10 \frac{m}{s} \quad W_f = -31.2J$$

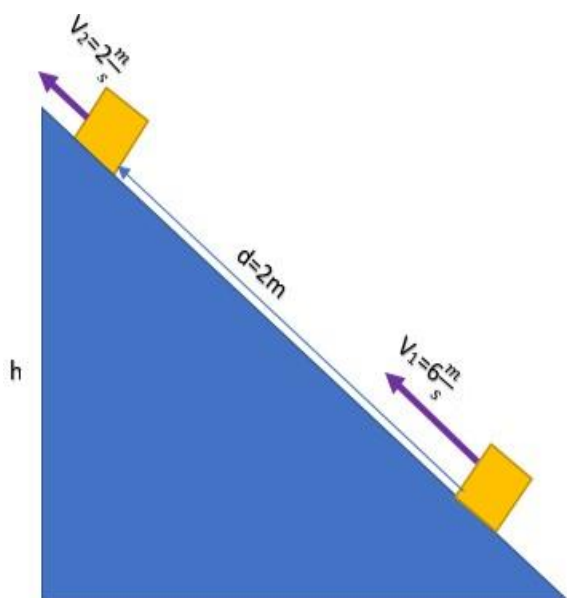
$$W_f = \Delta K + \Delta U = \left( \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \right) + (mgh_2 - mgh_1)$$

$$-31.2 = \frac{1}{2} \times 1.6 \times (6^2 - 10^2) + 1.6 \times 10 \times h_2$$

$$-31.2 = -64 + 16h_2 \quad 16h_2 = 51.2 - 31.2 = 20$$

$$h_2 = \frac{20}{16} = 1.25m \quad h = d \cos 45 \quad d = \frac{1.25}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1.25\sqrt{2}m$$

مثال 8:



جسمی به جرم 1Kg با سرعت اولیه  $6 \frac{m}{s}$  از پایین سطح شیب-  
داری که با افق زاویه 37 می سازد به بالا پرتاب می شود. هنگامی  
که جسم روی سطح شیب دار 2m را رو به بالا طی می کند،  
سرعتش به  $2 \frac{m}{s}$  می رسد. انرژی مکانیکی جسم در این جابجایی  
چند ژول کاهش می یابد؟

$$g = 10 \frac{m}{s^2} \quad \sin 37 = 0.6$$

$$16-4 \quad 8-3 \quad 6-2 \quad 4-1$$

پاسخ گزینه 1"

$$m = 1Kg \quad v_1 = 6 \frac{m}{s} \quad v_2 = 2 \frac{m}{s}$$

$$h_1 = 0 \quad U_1 = 0 \quad h_2 = d \sin 37 = 2 \times 0.6 = 1.2m$$

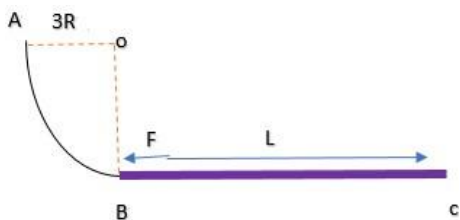
$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 1 \times 6^2 = \frac{1}{2} \times 36 = 18J$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 + 1 \times 10 \times 1.2$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \times 4 + 12 = 2 + 12 = 14J$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 14 - 18 = -4J$$

مثال 9:



جسمی به جرم  $m$  از نقطه  $A$  مطابق شکل ذیل، رها شده و پس از پیمودن مسیر افقی  $BC$  می شود و در اثر نیروی اصطکاک در نقطه  $C$  متوقف می شود اگر نسبت  $\frac{f}{mg}$  برابر  $\frac{6}{5}R$  باشد  $L$  را برحسب شعاع ربع دایره

محاسبه کنید:

پاسخ:

$$\frac{f}{mg} = \frac{6}{5}R \quad h_1 = 3R \quad h_2 = 0 \quad v_A = v_C = 0 \quad K_A = K_C = 0$$

$$h_A = 3R \quad h_C = 0 \quad U_C = 0$$

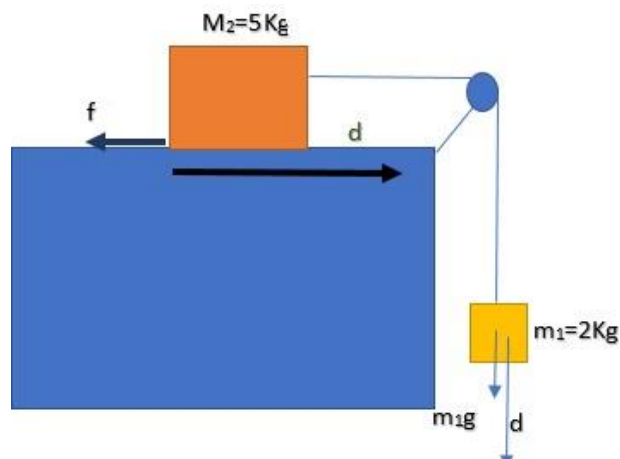
$$W_f = \Delta K + \Delta U \quad 1 : W_f = (K_C - K_A) + (U_C - U_A)$$

$$2 : W_f = f \times BC \times \cos 180 = -f \times BC \quad 3 : U_A = mgh_A$$

$$1,2,3 : -f \times BC = -mg \times 3R \quad \frac{6}{5}R \times mg \times L = 3Rmg$$

$$L = \frac{5}{6} \times (3R)$$

مثال 10:



در شکل ذیل دو جسم را از حالت سکون رها می کنیم. در لحظه - ای که انرژی جنبشی دو جسم  $6J$  باشد، نیروی اصطکاک سطح افقی با جسم روی آن چقدر است؟

$$d = 0.8m \quad g = 10 \frac{m}{s^2}$$



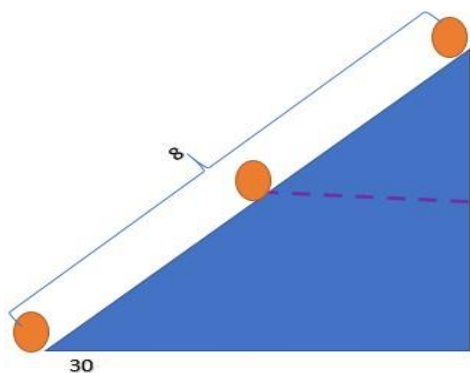
$$\text{برای دو جسم } v_1 = 0 \quad m_1 = 2Kg \quad m_2 = 5Kg \quad K_1 + K_2 = 6J \quad f_k = ?$$

$$W_t = \Delta K \quad W_f + W_{mg} = K_2 - K_1 \quad -f \times d + m_1gd = 6$$

$$-f \times 0.8 + 2 \times 10 \times 0.8 = 6 \quad -0.8f + 6 - 16 \quad 0.8f = 10$$

$$f = \frac{10}{0.8} = 12.5N$$

مثال 11 :



جسمی به جرم 2Kg را از پایین سطح شیب دار ذیل با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  رو به بالا پرتاب می کنیم. جسم روی سطح شیب دار 8m بالا می رود. سرعت در ارتفاع 2m از سطح زمین چقدر است؟

$$\theta = 30^\circ \quad g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$m = 2Kg \quad v_1 = 10 \frac{m}{s} \quad v_2 = ? \quad h_1 = 0 \quad U_1 = 0$$

$$h_2 = d \sin 30 = d \times \frac{1}{2} = 4m \quad d_2 = 4m \quad h_3 = 2m$$

$$w_{\text{رفت}} = \Delta K + \Delta U = (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1)$$

$$w_{\text{رفت}} = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_2 - 0$$

توان:

هرماشینی وقتی کار انجام می دهد مدت زمانی طول می کشد که آن کار معین را انجام دهد، مدت انجام کار کوتاه یا طولانی می تواند باشد و این به قدرت ماشین بستگی دارد

بنابراین: آهنگ انجام کار را توان تعریف می کنیم. توان را به  $P$  نمایش می دهیم و کمیتی نرده ای است اگر کار  $W$  در مدت زمان  $\Delta t$  انجام شود، کار انجام شده در واحد زمان را با  $P_{av}$  نمایش می دهیم و به صورت ذیل تعریف می کنیم  $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$  که در آن یکای  $P_{av}$   $(\frac{J}{s})$  یا  $w$  وات است. هنگامی که با توان های بزرگ تر سر و کار داریم، یکاهایی مانند  $Mw$ ,  $Kw$  و نیز مورد استفاده قرار می گیرد. یکای متداول دیگر اسب بخار  $hp=746w$  می باشد.

(برای محاسبه توان از رابطه  $P = \frac{Fd}{\Delta t} = F \cdot v$  هم استفاده می کنیم.)

مثال 3-14:



شکل ذیل خودرویی به جرم  $1300Kg$  را نشان می دهد که برای سبقت گرفتن از کامیونی، در مسیری افقی و در مدت  $3s$  تندی خود را از  $v_1 = 13 \frac{m}{s}$  به  $v_2 = 18 \frac{m}{s}$  تغییر داده است. توان متوسط موتور خودرو برای انجام این کار، دست کم چقدر باید باشد؟ نیروهای اتلافی رانادیده بگیرید.

$$m = 1300Kg \quad \Delta t = 3s$$

$$v_1 = 13 \frac{m}{s} \quad v_2 = 18 \frac{m}{s} \quad P_{av} = ?$$

پاسخ: از قضیه کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 1300(v_2^2 - v_1^2)$$

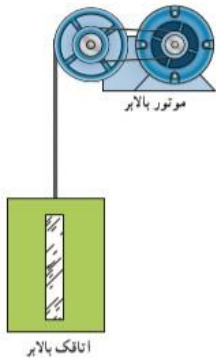
$$W_t = 650(18^2 - 13^2) = 650(324 - 169) = 650 \times 155$$

$$W_t = 100750 \approx 1.01 \times 10^5$$

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{10075}{3} = 33583J = 45hp$$

در واقع با وجود نیروهای اتلافی (مانند مقاومت هوا و اصطکاک) در حین حرکت خودرو، توان مورد نیاز از این مقدار بیشتر است.

مثال 3-15:



جرم اتاقک بالابری به همراه بار آن 500Kg است. (شکل ذیل) اگر این بالابر در مدت 10s از طبقه همکف به طبقه دوم در ارتفاع 6m برود، توان متوسط موتور این بالابر چند اسب بخار است؟ نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید.

$$m = 500\text{Kg} \quad \Delta t = 10\text{s} \quad h_2 = 6\text{m}$$

$$h_1 = 0 \quad U_1 = 0$$

$$v_1 = v_2 = 0 \quad K_1 = K_2 = 0 \quad g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$W_t = K_2 - K_1 \quad W_{\text{وزن}} + W_{\text{موتور}} = K_2 - K_1 = 0 - 0$$

$$-mg(h_2 - h_1) + W_{\text{موتور}} = 0 \quad W_{\text{موتور}} = mg(h_2 - h_1)$$

$$W_{\text{موتور}} = 500 \times 9.8 \times (6 - 0) = 29400\text{J} \approx 2.9 \times 10^4\text{J}$$

دقت کنید، مبدا انرژی پتانسیل را سطح زمین (طبقه همکف گرفته ایم)

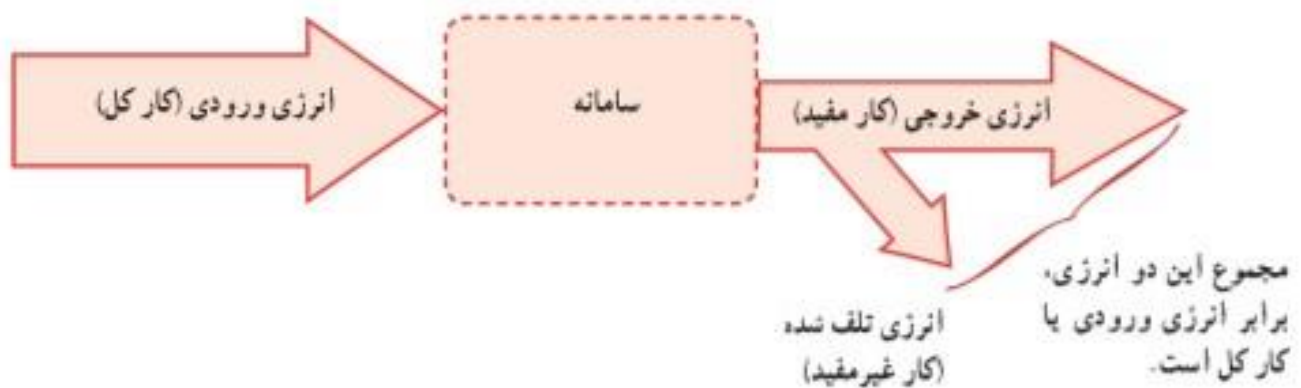
$$P_{av} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{29400}{10} = 2940\text{w} \approx 2.9 \times 10^3\text{w}$$

$$P_{av} = 2.9 \times 10^3\text{w} \times \frac{1\text{hp}}{746\text{w}} = 3.88\text{hp} \approx 3.9\text{hp}$$

بازده:

وقتی به یک سامانه انرژی ورودی (انرژی مصرفی سامانه) می دهیم، فقط مقداری از انرژی ورودی به انرژی مورد نظر ما

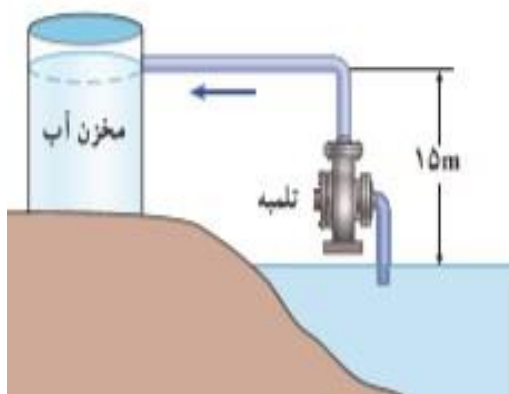
تبدیل می شود. به عنوان مثال در یک موتور الکتریکی مثل بالابر بخشی از انرژی الکتریکی ورودی به کار مکانیکی تبدیل می شود و بالابر جابجا می شود بالابر جابجا می شود. بخش دیگری از انرژی الکتریکی ورودی صرف غلبه بر نیروهای مقاومت می شود و سبب گرم شدن موتور می گردد.



طبق طرح وارده بالا انرژی خروجی یا همان کار مفید تنها قسمتی از انرژی ورودی می باشد. بازده نسبت انرژی خروجی یا کار مفید به انرژی ورودی می باشد که معمولاً به صورت درصد بیان می کنیم. و همواره عددی کوچک تر از 100 می باشد.

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{\text{انرژی خروجی (توان مفید)}}{\text{انرژی ورودی (کل توان)}} \times 100$$

مثال 3-16:



تلمبه ای با توان ورودی 15Kw در هر ثانیه 70 لیتر آب دریاچه ای به

چگالی  $1000 \frac{Kg}{m^3}$  را مطابق شکل روبرو تا ارتفاع 15m مخزنی

می فرستد. بازده تلمبه چند درصد است

$$P_{\text{ورودی}} = 15000w \quad t = 1s \quad v = 70 \text{ lit} = 70 \times 10^{-3}m^3$$

$$\rho = 1000 \frac{Kg}{m^3} \quad h = 15m \quad g = 9.8 \frac{m}{s^2}$$

$$m = \rho v = 1000 \times 70 \times 10^{-3} = 70Kg$$

$$E_{\text{ورودی}} = P \cdot t = 15000 \times 1 = 15000J$$

$$E_{\text{خروجی}} = mg(h_2 - h_1) = 70 \times 9.8 \times (15 - 0) = 1029J \approx 1 \times 10^4$$

مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح آب دریاچه گرفته ایم.

$$\text{بازده} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{10290}{1500} = 68\%$$

نکته: بخشی از توان ورودی تلمبه به دلیل اصطکاک آب در حال حرکت با جداره ی داخلی لوله تلف می شود.

مثال 1:

برای آن که جسمی به جرم 60Kg در راستای قائم با سرعت ثابت 2m، در مدت 5s بالا برده شود ماشینی با چه توانی

بر حسب وات نیاز است؟  $g = 10 \frac{m}{s^2}$

240-4      120-3      2400-2      1200-1

پاسخ گزینه 2

$$m = 60Kg \quad h = 2m \quad t = 5s$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{60 \times 10 \times 2}{5} = 2400w$$

مثال 2:

جرم اتاقک آسانسوری 50Kg است. باری به جرم 450Kg در آن قرار داده می شود. اگر توان موتور آسانسور 3000w باشد

آسانسور این بار را در مدت چند ثانیه از حال سکون با سرعت ثابت تا ارتفاع 12m بالا می برد؟  $g = 10 \frac{N}{Kg}$

$$10 - 4 \quad 20 - 3 \quad \frac{1}{10} - 2 \quad \frac{1}{20} - 1$$

$$m_1 = 50Kg \quad m_2 = 450Kg \quad M = m_1 + m_2 = 450 + 50$$

$$M = 500Kg \quad g = 10 \frac{N}{Kg} \quad g = 10 \frac{N}{Kg}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} \quad 3000 = \frac{500 \times 10 \times 12}{t} \quad t = \frac{60000}{30000} = 20s$$

مثال 3:

شخصی به جرم 80Kg، تعداد 20 پله را در زمان 40s طی می کند. اگر توان مفید شخص 60w باشد ارتفاع هر پله چند

سانتی متر بوده است؟

$$15-4 \quad 0.15-3 \quad 30-2 \quad 0.3-1$$

پاسخ گزینه 4:

$$m = 80Kg \quad n = 20 \quad t = 40s \quad P = 60w$$

$$p = \frac{mgh}{t} \quad 60 = \frac{80 \times 10 \times h}{40} \quad h = 3m \quad h = nh_1$$

$$3 = 20h_1 \quad h_1 = \frac{3}{20} = 0.15m = 15cm$$

مثال 4:

توان یک کارگر ساختمانی  $\frac{4}{5}$  روز گذشته اش است. اگر زمان انجام کار  $\frac{5}{6}$  زمان انجام کار در روز گذشته باشد، کار انجام

شده توسط این شخص نسبت به روز گذشته چند برابر شده است؟

$$3 - 4 \quad \frac{2}{3} - 3 \quad \frac{3}{2} - 2 \quad \frac{1}{3} - 1$$

پاسخ گزینه 3:

$$P_2 = \frac{4}{5}P_1 \quad t_2 = \frac{5}{6}t_1$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{W_2}{W_1} \times \frac{t_2}{t_1} \quad \frac{4}{5} = \frac{W_2}{W_1} \times \frac{6}{5} \quad \frac{W_2}{W_1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

مثال 5:

سرعت خودرویی در مدت 4s از  $5 \frac{m}{s}$  به  $20 \frac{m}{s}$  می رسد. اگر با توانی 1.5 برابر براند. و سرعتش از  $5 \frac{m}{s}$  به  $35 \frac{m}{s}$  برسد، به چه اندازه زمان بیشتری نیاز است؟

$$14.22-4 \quad 10.22-3 \quad 8.22-2 \quad 6.22-1$$

$$\Delta t = 4s \quad v_1 = 5 \frac{m}{s} \quad v_2 = 20 \frac{m}{s} \quad v'_1 = 5 \frac{m}{s} \quad v'_2 = 35 \frac{m}{s}$$

$$P_2 = 1.5P_1$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{W_2}{W_1} \times \frac{t_1}{t_2} \quad 1.5 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{v_1^2 - v_2^2} \times \frac{t_1}{t_2}$$

$$1.5 = \frac{35^2 - 5^2}{20^2 - 5^2} \times \frac{4}{t_2} \quad 1.5 = \frac{2225 - 25}{400 - 25} \times \frac{4}{t_2}$$

$$1.5 = \frac{2000}{375} \times \frac{4}{t_2} \quad 1.5 = \frac{8000}{375t_2} \quad t_2 = \frac{8000}{562.5} = 14.22$$

$$t_2 - t_1 = 14.22 - 4 = 10.22$$

مثال 6:

توان موتور بالابری 160hp است. نیروی پیشران 74600N در مدت 8s تا چه ارتفاعی وسیله را جابجا می کند؟

$$12800m^{-4} \quad 1.28m^{-3} \quad 128m^{-2} \quad 12.8m^{-1}$$

پاسخ گزینه 1:

$$P = 160hp \times \frac{746}{1hp} = 119360 \quad \Delta t = 8s$$

$$P = F \times V = F \times \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad 119360 = 74600 \frac{\Delta x}{8}$$

$$\Delta x = \frac{119360}{74600} = 12.8m$$

مثال 7:

در یک ماشین توان تلف شده 80 درصد از توان مفید می کاهد، بازده این ماشین چند درصد است؟

پاسخ:

$$P_2 = (100 - 80)P_1 = 20\%P_1 \quad Ra = \frac{W_2}{W_1} \times 100 = \frac{P_2 t}{P_1 t} \times 100 = 20\%$$

مثال 8:

یک تلمبه در مدت زمان  $t_1$ ،  $m$  کیلوگرم آب و در مدت زمان  $t_2$ ،  $3m$  کیلوگرم آب را با سرعت ثابت از عمق  $20m$  به بالا

می آورد. بازده این تلمبه 45 درصد است.  $t_2$  چند برابر  $t_1$  است؟

پاسخ:

$$m_1 = m \quad m_2 = 3m \quad h = 20m \quad Ra = 45\%$$

$$Ra = \frac{W_2 t_1}{W_1 t_1} \times 100\% \quad 45\% = \frac{3mgh}{mgh} \times \frac{t_1}{t_2} \times 100\%$$

$$45 = 3 \times \frac{t_1}{t_2} \quad t_2 = \frac{1}{15} t_1$$



## تمرین های به عهده دانش آموزان:

1- انرژی جنبشی دوچرخه سواری به جرم کل 80Kg که با تندی  $6 \frac{m}{s}$  در حال حرکت است چند کیلو ژول است؟

2- کامیونی به جرم 25 تن و خودرویی به جرم 900 Kg در امتداد مسیر مستقیمی در حرکت اند.

الف- اگر تندی کامیون و خودرو یکسان و برابر  $72 \frac{Km}{h}$  باشد انرژی جنبشی هر کدام را به طور جداگانه پیدا کنید.

ب- اگر کامیون با تندی  $10 \frac{m}{s}$  در حرکت باشد، خودرو باید با چه تندی ای حرکت کند تا انرژی جنبشی آن با انرژی جنبشی کامیون برابر شود؟

3- پدر و پسری در حال دویدن هستند. جرم پسر نصف جرم پدر است. پدر به اندازه  $1 \frac{m}{s}$  به تندی خودش اضافه می کند و انرژی جنبشی اش با انرژی جنبشی پسر برابر می شود. تندی پسر و تندی اولیه پدر چقدر بوده است؟

4- اگر تندی جسمی  $6 \frac{m}{s}$  افزایش یابد، تفاضل انرژی های جنبشی آن  $24K_1$  می شود، تندی اولیه چند  $\frac{m}{s}$  بوده است؟

5- جرم جسم A چهار برابر جرم جسم B است. اگر  $m_A v_A = m_B v_B$  باشد انرژی جنبشی جسم B چند برابر انرژی جنبشی جسم A است؟

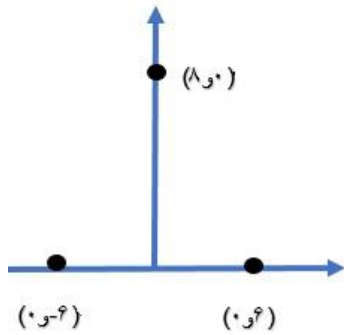
$$1 - 2 \quad 2 - 3 \quad 3 - 4 \quad 4 - 1$$

6- در هر یک از موارد ذیل کار انجام شده توسط نیروهای وارد شده را بر حسب ژول پیدا کنید.

الف- کارگری یک گاری دستی را با نیروی افقی 80N به اندازه 50m هل می دهد.

ب- پسر بچه ای جعبه ای را با طنابی که با راستای افق زاویه 60 درجه می سازد با نیروی ثابت 30N و به اندازه 10m می کشد.

7- مطابق شکل روبرو جسمی طبق مسیر مشخص شده از A به B و سپس به C می رود. در حین حرکت به اندازه 120J



کار انجام می شود نیروی  $F$  را محاسبه کنید.

( $F$  در جهت مثبت محور  $x$  است.)

10-4      24-3      12-2      20-1

8- کارگری برای هل دادن صندوقی به جرم  $52\text{Kg}$  روی زمین، نیروی  $190\text{N}$  را در جهت زاویه  $30$  درجه زیر راستای افق وارد می کند. اگر صندوق  $4.2\text{m}$  حرکت کند، کار انجام شده توسط هر یک از نیروهای زیر چقدر است؟

الف - نیروی کارگر

ب - نیروی وزن

پ - نیروی عمودی تکیه گاه

9- جسمی با تندی  $10 \frac{m}{s}$  در جهت مثبت محور  $x$  ها حرکت می کند و انرژی جنبشی آن  $0.1\text{Kj}$  است. پس از مدتی تندی این جسم تغییر می کند و در جهت منفی محور  $x$  ها به  $20 \frac{m}{s}$  می رسد. کار برابند نیروهای وارد بر جسم در این مدت چند ژول است؟

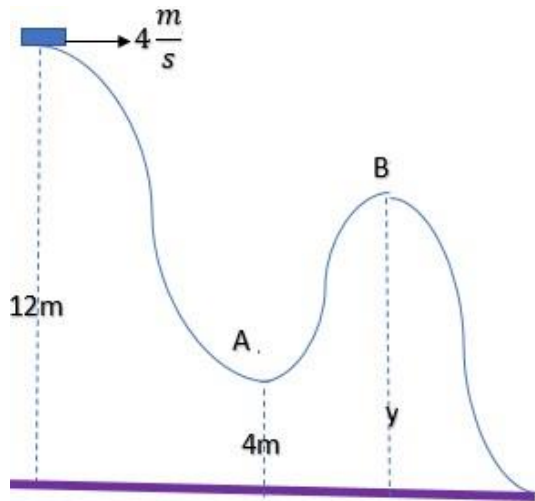
500-4      300-3      500-2-      300-1

10- با مصرف  $1\text{J}$  انرژی، وزنه ای به جرم  $1\text{kg}$  را تا چه ارتفاعی می توان بالا برد؟

11- سیبی به جرم  $189\text{g}$  از شاخه درختی به ارتفاع  $2.2\text{m}$  به طرف زمین می افتد. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی سامانه زمین - سیب چقدر است؟

12- جسمی به جرم  $m$  رادر راستای قائم از نقطه  $A$  به نقطه  $B$  میبریم. کار نیروی گرانش در این جابجایی  $40\text{J}$ - است. اگر انرژی پتانسیل گرانشی جسم - زمین در نقطه  $B$  برابر  $70\text{J}$  باشد، انرژی پتانسیل گرانشی سامانه ی جسم - زمین در

در نقطه A چند ژول است؟



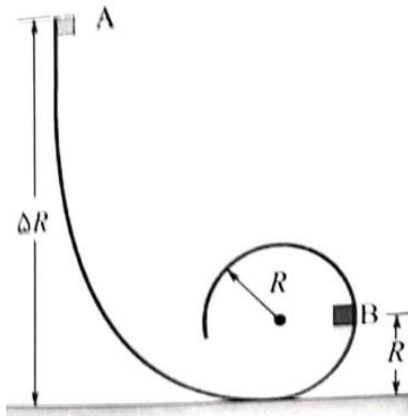
13- یک قطار تفریحی همانند شکل زیر در ارتفاع 12m دارای تندی  $4 \frac{m}{s}$

است. اگر اصطکاک و مقاومت هوا در طول مسیر قطار، ناچیز باشد، مطلوب

است:

الف- تندی قطار در نقطه A

ب- اگر تندی قطار در نقطه B برابر  $10 \frac{m}{s}$  باشد، ارتفاع  $y$  چقدر است؟



14- جسمی به جرم  $m$  از نقطه A رها می شود و روی مسیر بدون اصطکاک مطابق

شکل روبرو به حرکت خود ادامه می دهد. تندی جسم در نقطه B را بر حسب R

پیدا کنید.

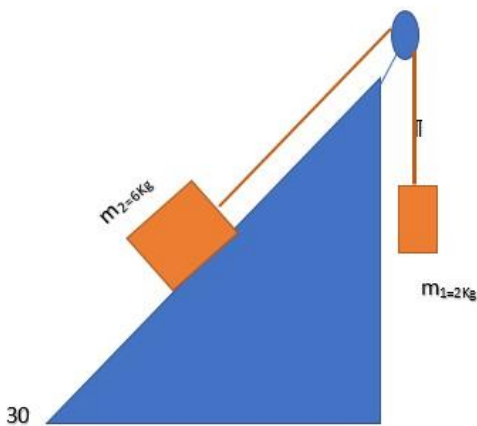
15- انرژی مکانیکی هواپیمایی به جرم 50 تن را پیدا کنید که در ارتفاع 10 کیلومتری بالای سطح زمین و با تندی

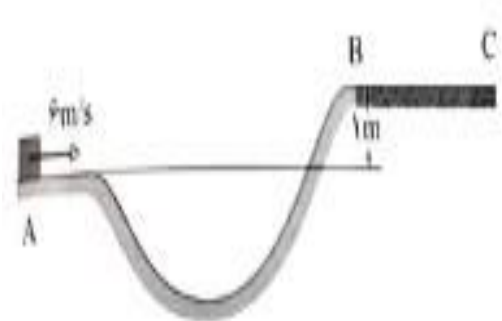
$720 \frac{Km}{h}$  پرواز می کند.

16- در شکل ذیل دستگاه از حالت سکون به حرکت در می آید. اگر جابجایی

وزنه  $m_2$  روی سطح شیب دار 0.4m باشد و جرم نخ و قرقره و اصطکاک

ناچیز باشد، انرژی جنبشیدستگاه چند ژول است؟





17- جسمی به جرم 1Kg مسیری را مطابق شکل روبرو طی می کند. اگر تندی جسم در نقطه A برابر  $6 \frac{m}{s}$  باشد و مسیر AB بدون اصطکاک و مسیر BC دارای اصطکاک باشد، مطلوب است:

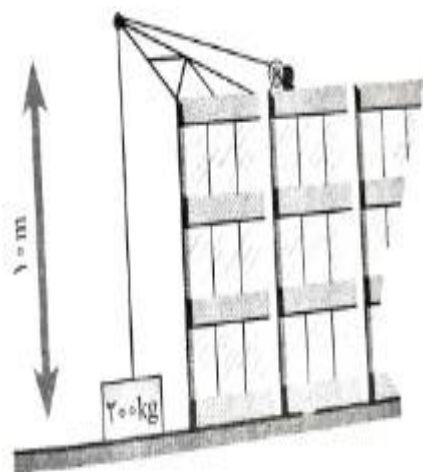
الف- تندی جسم در نقطه B

ب- تندی جسم در نقطه C با این فرض که 25 درصد انرژی جسم در مسیر BC تلف شود.

18- جسمی به جرم 1Kg را از ارتفاع 5m با سرعت V به سمت بالا پرتاب می کنیم، وقتی جسم به نقطه پرتاب بر می گردد، سرعتش نصف می شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا 75J باشد، V را بدست آورید.

19- الف- فرض کنید برای انتقال هر تن نفت به فاصله 1km حدود 5w ساعت انرژی لازم باشد. چه مقدار انرژی برای انتقال 1000 تن نفت در طول 1000Km لوله لازم است؟

ب- از سوختن هر تن نفت  $4.2 \times 10^{10} J$  انرژی به دست می آید. چه درصدی از کل انرژی 1000 تن نفت، برای انتقال آن در طول لوله مصرف می شود؟



20- از یک جرثقیل دستی برای کشیدن باری به جرم 200Kg تا سقف ساختمانی به ارتفاع 10m بهره می گیرند. با فرض اینکه بتوانید با این جرثقیل با آهنگ ثابت 200w کار کنید، چه مدت طول می کشد تا بار را به سقف ساختمان بکشید؟ (اتلاف انرژی ناشی از اصطکاک را نادیده بگیرید.)

21- گلوله تفنگی با تندی  $200 \frac{m}{s}$  به تخته ضخیمی برخورد می کند و 10cm در آن فرو می رود. اگر حرکت گلوله درون

تخته کند شونده و با شتاب ثابت باشد، چند ثانیه طول می کشد تا گلوله متوقف شود؟

0.2-4      0.02-3      0.1-2      0.01-1

22- توان میانگین برآیند نیروهای وارد بر جسمی در مدت 20s برابر  $12.5w$  است. اگر جسم از حال سکون و

با شتاب ثابت  $0.5 \frac{m}{s^2}$  به حرکت در آید، جرم آن چند کیلوگرم بوده است؟

8-5      5-4      4-3      2-2      1-1

22- یک تلمبه آبی با توان 2Kw در هر دقیقه 1.2 تن آب را از عمق 9.5m چاه بالا می آورد. بازده این تلمبه تقریباً

چند درصد است؟

98-4      95-3      92-2      90-1